<u>Formeln und Konstanten zur Physik (Kompaktkurs)</u>

Im folgenden werden einige physikalische Gesetze zusammengefasst, die in der Vorlesung „Kompaktkurs der Experimentalphysik“ behandelt werden. Diese kurze Zusammenfassung ist vor allem als Hilfsmittel bei der Wiederholung des Stoffs der Vorlesung gedacht: „Wiederholung ist die Mutter des Lernen“.

Es sei ausdrücklich betont, dass diese Zusammenfassung **<u>kein</u>** Ersatz für ein Lehrbuch darstellt oder den Besuch der Physikvorlesung obsolet macht.

<u>CAVE:</u> Studierende mit wenig oder keinen Physikkenntnissen werden ausdrücklich davor gewarnt, folgende Seiten auswendig zu lernen. Dies trägt weder zum Verständnis der Physik bei, noch hilft es dem Bestehen der Physikprüfungen und ist daher sinnlos. Dies ist kein Vorlesungsskript.

1. <u>Mechanik starrer Körper (Reduktion auf Massenpunkte):</u>

Körper werden in der Mechanik häufig als sogenannte Massenpunkte beschrieben, die ausdehnungslos in sich die gesamte Masse m ($[m] = \mathrm{kg}$) des Körpers vereinen. Bei einem ausgedehnten Körper verhält sich der <u>Schwerpunkt</u> hinsichtlich translatorischer Bewegungen wie ein Massepunkt, der die Gesamtmasse des Körpers trägt.

Ein Körper mit dem Volumen V hat die Dichte $\rho = \frac{m}{V}$; $[\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Gleichförmige Bewegung (1. Newton´sches Axiom):

Ein Körper, auf den keine Kräfte einwirken, ist entweder in Ruhe oder er bewegt sich gleichförmig (geradlinig, mit konstanter Geschwindigkeit).

$\vec{s} =$ Wegstrecke, $t = Zeitspanne$, $\vec{v} =$ Geschwindigkeit

$\vec{s} = \vec{v}\, t$; $\vec{v} =$ const. ; $|\vec{v}| = v = \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{t}}$

$[\vec{s}] = \mathrm{m}$; $[t] = \mathrm{s}$; $[\vec{v}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

Wirkt auf einen Körper eine konstante Beschleunigung $\vec{a}$ ($\vec{a}$ kann positiv oder negativ sein), so ändert sich seine Geschwindigkeit kontinuierlich und es gilt:

Allgemein: $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$; $\quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}$; $\quad [\vec{a}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{a}\, t^2$; $\quad \vec{v} = \vec{a}\, t$; $\quad |\vec{v}| = \sqrt{2\,\vec{s}\,\vec{a}}$; $\quad \vec{a} = const.$

Beim freien Fall ist $\vec{a}$ durch die Erdbeschleunigung $\vec{g}$ zu ersetzen $\left(g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$. Fällt ein Körper aus der Höhe h, so beträgt die Fallzeit $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Superpositionsprinzip:

geradlinige Bewegungen überlagern sich unabhängig voneinander.

Kraft auf eine Masse (2. Newton´sches Axiom):

Erfährt ein Körper eine Beschleunigung $\vec{a}$, so wirkt auf seine Masse eine Kraft $\vec{F}$:

$\vec{F} = m\,\vec{a}$; $\quad [\vec{F}] = \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{Newton} = \mathrm{N}.$

Mit der Erdbeschleunigung $\vec{g}$ folgt daraus für die Gewichtskraft eines Körpers mit der Masse m:

$\overrightarrow{F_g} = m\vec{g}$ $\quad g = 9{,}81\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$

$g = f\ \frac{M_E}{(R_E)^2}$ $\quad f = \mathrm{Gravitationskonstante} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \left[\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}\right]$,

$M_E, R_E =$ Masse, Radius der Erde

Reibungskräfte:

Reibungskräfte können proportional zur Beschleunigung eines Körpers sein. In Strömungen sind sie häufig auch proportional zur Geschwindigkeit v (laminare Strömung) oder zu v^2. Reibungseigenschaften eines Körpers fasst man durch benennungslose Koeffizienten zusammen. Man unterscheidet drei Arten der mechanischen Reibung:

a) Haftreibung: $\vec{F}_{Haft} = \mu_{Haft}\,\vec{F}_N$

$\vec{F}_N$ ist die Kraft, mit der ein Körper senkrecht auf eine Fläche drückt.

b) Gleitreibung: : $\vec{F}_{Gleit} = \mu_{Gleit}\,\vec{F}_N$

c) Rollreibung: : $\vec{F}_{Roll} = \mu_{Roll}\,\vec{F}_N$

Allgemein gilt: $\mu_{Roll} \ll \mu_{Gleit} \ll \mu_{Haft}$.

Gravitationskraft:

Zwischen zwei Massen m_1 und m_2 wirkt stets eine anziehende Kraft, die Gravitationskraft. Haben die Massen den Abstand r, so gilt:

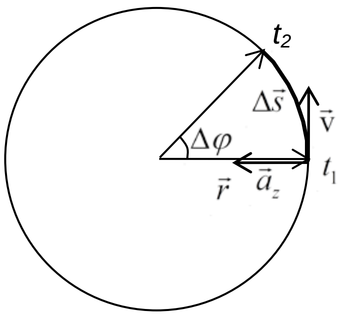
$\vec{F} = f\,\frac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\vec{r}}$ mit dem Betrag $F = f\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$

f = Gravitationskonstante = $6{,}67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}\right]$

$\hat{\vec{r}}$ = ein **Einheits**vektor ($|\hat{\vec{r}}| = 1$) auf der direkten Verbindungslinie der Massen

Rotationsbewegung:

Eine punktförmige Masse m bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius $\vec{r}$. In der Zeitspanne $\Delta t = t_2 - t_1$ überstreicht die Verbindungslinie zwischen Mittelpunkt und Masse den Winkel $\Delta\varphi$. Die in Δt zurückgelegte Bahn entspricht einer Bogenlänge Δs. Die Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$ steht stets tangential zur Kreisbahn, d.h. die Bahngeschwindigkeit ändert kontinuierlich ihre Richtung. Hierfür muss auf den Körper eine Beschleunigung $\vec{a}_z$ wirken, die Zentripetalbeschleunigung. Sie ist immer auf den Mittelpunkt hin gerichtet, d.h. auch sie ändert kontinuierlich ihre Richtung während der Kreisbewegung.



$\Delta\varphi$ wird im Bogenmaß gemessen.

$[\Delta\varphi] = \mathrm{rad}$ $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{|\vec{r}|}$ oder $ds = d\varphi \cdot r$

$$\frac{\Delta\varphi\ [\mathrm{rad}]}{2\pi} = \frac{\Delta\varphi[°]}{360°}$$

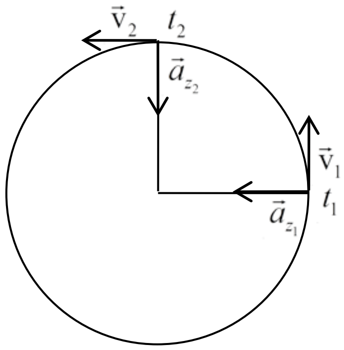
In Richtung der Drehachse zeigt die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$. Ihr Betrag ist 2π mal der Zahl der Umläufe pro Sekunde. Zeigen die Finger der rechten Hand in Richtung der Bewegung des Körpers, so zeigt der Daumen in Richtung von $\vec{\omega}$.

Es gilt: $\omega = 2\pi \cdot f$ ($f =$ Frequenz des Umlaufs)

$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ oder allgemein $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$; $[\vec{\omega}] = \frac{1}{\mathrm{s}}$

Für die Bahngeschwindigkeit und Zentripetalbeschleunigung gilt:
$v = \omega \cdot r$ (alle Vektoren senkrecht zueinander, sonst $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ (Vektorprodukt!))
$a_Z = \omega \cdot v = \omega^2 \cdot r$
(alle Vektoren senkrecht zueinander, sonst $\vec{a}_Z = \vec{\omega} \times \vec{v}$ (Vektorprodukt!))

Bei einer gleichmäßigen Rotationsbewegung ändern sich nur die Richtungen von $\vec{v}$ und $\vec{a}_z$ während der Bewegung:



$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$

$|\vec{a}_{Z_1}| = |\vec{a}_{Z_2}|$

Während der Bewegung wirkt auf den Körper die Zentripetalkraft, die den Körper auf seiner Bahn hält:

$\vec{F}_{\text{Zentripetal}} = m \cdot \vec{a}_Z$

Der Körper selbst spürt jedoch eine Kraft nach außen, die Zentrifugalkraft, da der Körper aufgrund seiner Trägheit stets bestrebt ist, die Kreisbahn in tangentialer Richtung zu verlassen und sich geradlinig (gleichförmig) weiter zu bewegen. Nach dem 3. Newton'schen Axiom („actio" = „reactio") gilt:

$\vec{F}_{\text{Zentrifugal}} = -\vec{F}_{\text{Zentripetal}}$

Impuls:

Bewegt sich eine Masse m mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ so hat sie einen Impuls:

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ $[\vec{p}] = \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Vektorcharakter des Impuls beachten!)

Impulserhaltung:

In einem abgeschlossenen System aus mehreren Körpern mit Massen m_i, die gegenseitig Kräfte aufeinander ausüben, bleibt die Summe der Impulse erhalten und ist gleich dem Impuls des Schwerpunktes:

$\sum_i \vec{p}_i = const = (\sum_i m_i)\vec{v}_s$ ($\vec{v}_s$ Geschwindigkeit des Schwerpunktes)

Arbeit und Energie:

Durch eine Kraft $\vec{F}$ wird längs eines Weges $\vec{s}$ die Arbeit W verrichtet:

$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ $[W] = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{Joule} = \mathrm{J}$

Richtet sich die Kraft gegen die Schwerkraft (Gewichtskraft des Körpers), so ist die Arbeit $W = F_G \cdot h$ und der Körper der Masse m hat die potenzielle Energie:

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ (h = Höhe des Körpers).

Ein Körper der Masse m, der sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt, hat die kinetische Energie:

$E_{kin} = \frac{1}{2}\, mv^2$ $[E_{kin}] = [E_{pot}] = \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{J}$

Energieerhaltungssatz:

In einem abgeschlossenen System können die mechanischen Energieformen ineinander überführt werden, wobei die Gesamtenergie konstant bleibt.

$E = E_{kin} + E_{pot} = const$

Leistung:

Wird in der Zeit Δt die konstante Arbeit ΔW verrichtet, so ist die Leistung:

$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ $[P] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{Watt} = \mathrm{W}$

2. Mechanik ausgedehnter Körper:

Drehmoment:

Wirkt auf einen Körper im Abstand $\vec{r}$ zu einer Drehachse eine Kraft $\vec{F}$, so erfährt der Körper ein Drehmoment $\vec{T}$, das senkrecht zu $\vec{r}$ und $\vec{F}$ steht (= Richtung der Drehachse)

$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\qquad$ $|\vec{T}| = |\vec{r}|\,|\vec{F}| \sin\alpha$ $\qquad$ α = Winkel zwischen $\vec{r}$ und $\vec{F}$

Achtung: $\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F} = -\vec{F} \times \vec{r}$

Ein Körper ist im Gleichgewicht, wenn gilt $\sum_i \vec{T}_i = 0$.

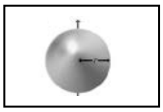
Trägheitsmoment:

Die Massenaufteilung eines ausgedehnten Körpers der Gesamtmasse m wird in Bezug zu einer Drehachse mit dem Trägheitsmoment θ beschrieben. Das Drehmoment eines ausgedehnten Körpers lässt dann beschreiben durch:

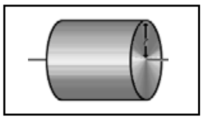
$\vec{T} = \theta \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}$ $\qquad$ ($\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}$ = Winkelbeschleunigung)

$[\theta] = kg\,\mathrm{m}^2$

Beispiele: a) massive Kugel mit Radius r: $\theta = \frac{2}{5} m r^2$

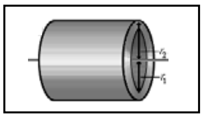


b) Vollzylinder mit Radius r: $\theta = \frac{1}{2} m r^2$



c) Hohlzylinder mit den Radien r_1 und r_2:

$\theta = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$



Rotationsenergie; Drehimpuls:

Ein Körper, der sich mit einer Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ und dem Trägheitsmoment θ um eine Achse dreht, hat die Rotationsenergie:

$$E_{\mathrm{rot}} = \frac{1}{2}\,\theta\omega^2$$

und den Drehimpuls:

$\vec{L} = \theta\,\vec{\omega}$ $\qquad [\vec{L}] = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s}}$

Eine (punktförmige) Masse m, die im Abstand $\vec{r}$ mit der Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$ um eine Achse rotiert, hat den Drehimpuls:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\,\vec{r} \times \vec{v}$$

Drehimpulserhaltung:

In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtdrehimpuls konstant, unabhängig von inneren Kräften.

$\sum_i \vec{L}_i = const$

Hook'sches Gesetz:

Auf eine Feder, deren Länge um Δl verändert wird, wirkt die Kraft F:

$F = D\,\Delta l$ $\qquad D =$ Federkonstante

Für einen elastischen Körper mit dem Elastizitätsmodul E gilt für die relative Längenausdehnung $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ und die Spannung $\sigma = \frac{F}{A}$: $\qquad \sigma = \varepsilon\,E$

3. Flüssigkeiten und Gase:

Druck:

Kräfte die senkrecht auf eine Fläche A wirken, erzeugen einen Druck p. Der Druck ist eine **skalare** Größe.

$p = \frac{F}{A}$ $\qquad [p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{Pascal} = \mathrm{Pa}$

Der Schweredruck einer Masse m mit einem Volumen V beträgt:

$p = \rho \cdot g \cdot h$ $\qquad \rho = \frac{m}{V}$ (Dichte)

Auftriebskraft:

Befindet sich ein Körper vom Volumen V_K in einem Medium (Gas, Flüssigkeit) der Dichte $\rho_{\text{med.}}$, so erfährt er eine Antriebskraft, die der Gewichtskraft entgegengesetzt gerichtet ist:

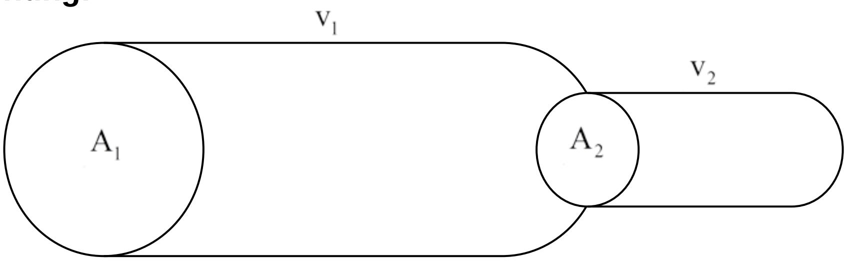
$$\vec{F}_{\text{Auf}} = \rho_{\text{med.}} \cdot g \cdot V_K$$

Gesetz von Laplace:

Eine Flüssigkeit mit der Oberflächenspannung σ erzeugt in einem Kugelvolumen (z.B. Tropfen) vom Radius r den Binnendruck p:

$$p = \frac{2\sigma}{r}$$

Kontinuitätsgleichung:



Ändert sich die Querschnittfläche einer laminaren Strömung von A_1 auf A_2 so ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit im umgekehrten Verhältnis:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Dabei heißt eine Strömung laminar, deren Fließverhalten durch innere Reibung bestimmt wird.

Bernoulli-Gleichung:

Eine Flüssigkeit der Dichte ρ fließt mit der Geschwindigkeit v, es gilt:

horizontale Strömung: $p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 = \text{const.}$

$p =$ statische Druck (Außendruck)

$\frac{1}{2}\rho \cdot v^2$ Staudruck

vertikale Strömung: $p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{const.}$

$\rho \cdot g \cdot h =$ Schweredruck der Flüssigkeitssäule mit der Höhe h.

Stokes'sches Gesetz:

Eine Kugel vom Radius r, die sich mit einer Geschwindigkeit v in einer Newton'schen Flüssigkeit der Viskosität η bewegt, erfährt eine Reibungskraft:

$$F = 6\,\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

Eine Flüssigkeit, deren Zähigkeit η nicht von der Strömungsgeschwindigkeit abhängt, nennt man eine Newton'sche Flüssigkeit.

Hagen-Poiseuille-Gesetz:

Für eine Flüssigkeit mit der Viskosität η, die laminar durch eine Röhre mit der Länge l und dem Radius r fließt, ist bei einem Druckgefälle Δp längs der Röhre der Volumenfluss J:

$$J = \frac{\Delta \mathrm{V}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p}{8\,\eta \cdot l}$$

$[l] = [r] = \mathrm{m}$

$[\Delta p] = \mathrm{Pa}$

$[\eta] = \mathrm{Poise} = \mathrm{P} = 0{,}1\ \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s}$

Der Strömungswiderstand R der Röhre ist:

$$R = \frac{\Delta \mathrm{p}}{\mathrm{J}} = \frac{8\,\eta \cdot l}{\pi\, r^4}$$

Sind Röhren mit den Widerständen $\mathrm{R_i}$ hintereinander geschaltet, so gilt für den Gesamtwiderstand:

$$\mathrm{R_{ges}} = \sum_{\mathrm{i}} \mathrm{R_i}$$

Verzweigt eine Röhre in Teilröhren mit den jeweiligen Strömungswiderständen R_i, so gilt für den Gesamtwiderstand:

$$\frac{1}{\mathrm{R_{ges}}} = \sum_{\mathrm{i}} \frac{1}{\mathrm{R_i}}$$

4. Wärmelehre:

Temperatur:

Für die absolute Temperatur gilt:

$0\ [\mathrm{K}] = -273{,}15\ [°\mathrm{C}]$ $\quad [T] = \mathrm{Kelvin} = \mathrm{K}$

Ein Mol eines Gases hat unter Normalbedingungen (273,15 [K]; 1013 $[\mathrm{hPa}]$) ein Volumen von 22,4 $[\mathrm{l}]$.

Für die Temperaturmessung nutzt man sich linear mit der Temperatur ändernde Eigenschaften eines Körpers, wie z.B. die Längenänderung eines Drahtes.

$l = l_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$ $\quad l =$ Länge nach der Temperaturänderung,

$l_0 =$ Länge vor der Temperaturänderung

$\Delta T =$ Temperaturänderung, $\gamma =$ Längenausdehnungskoeffizient

Wärmeenergie eines festen Körpers, einer Flüssigkeit:

Die für die Änderung der Temperatur ΔT eines Körpers/einer Flüssigkeit benötigte Wärmemenge ΔQ beträgt:

$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ $\quad c =$ spezifische Wärme

$[\Delta Q] = \mathrm{J}$; $\quad [m] = \mathrm{kg}$; $\quad [\Delta T] = \mathrm{K}$; $\quad [c] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\mathrm{K}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ K}}$

Ideales Gas:

Ein ideales Gas besteht aus identischen Gasteilchen (Massenpunkten), deren einzige Wechselwirkung elastische Stöße untereinander und mit den Wänden ist. Dabei gilt für den Zusammenhang von Druck p, Volumen V und Temperatur T eines idealen Gases die **Gasgleichung**:

$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$ $\quad \nu =$ Zahl der Mole des Gases

$R =$ Gaskonstante $8{,}31\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}\right]$

Ein Mol eines Gases hat N_A Teilchen: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \left[\frac{1}{\mathrm{mol}}\right]$ (Avogadro Zahl)

$R = k_B \cdot N_A$ $\quad k_B =$ Boltzmann Konstante; $\quad k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right]$

In einem Gemisch von i Gasen hat jedes Gas einen Partialdruck p_i und eine Anzahl an Molen υ_i, so dass bei einer Temperatur *T* in einem Gesamtvolumen *V* gilt:
$(\sum_i p_i) \cdot V = (\sum_i \nu_i) \cdot R \cdot T$

wobei p_i proportional zur Partialkonzentration c_i ist (Henry-Gesetz).

In einer Gassäule der Höhe h nimmt im Schwerefeld der Erde der Druck ab:

$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h}$ p_0 Druck auf der Erde

ρ_0 Dichte auf der Erde (ρ ist proportional zu p)

Für Luft gilt die sog. **Barometrische Höhenformel**:

$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}$ mit $p_0 = 1013\ [hPa]$; und $\rho_0 = 1{,}3\ \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ ergibt sich daher

$H = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g}$ = Skalenhöhe = 8000 m

Die kinetische Energie der Gasteilchen beträgt:

$E_{kin} = \frac{f}{2} \cdot k_B \cdot T$ f = Zahl der Freiheitsgrade des Gases

Mit $R =\cdot\ k_B \cdot N_A$ gilt für ein Mol eines Gases:

$E_{kin} = \frac{f}{2} \cdot R \cdot T$

Die kinetische Energie, die man einem Gas zuführen muss, um seine Temperatur um $\Delta T = 1\text{K}$ zu ändern beträgt je Freiheitsgrad $\frac{1}{2} R \approx 1 \left[\frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right]$ $(1[\text{cal}] = 4{,}19[\text{J}])$.

Transportphänomene:

Gase nehmen jedes Volumen so ein, dass alle Teilchen im Volumen gleich verteilt sind. Diese Gleichverteilung wird durch **Diffusion** erreicht. Dasselbe gilt für Teilchen in Flüssigkeiten. Durch die Gleichverteilung der Teilchen wird die Entropie des Systems maximal.

1. Fick’sches Gesetz der Diffusion:

Die Teilchen*stromdichte* (= Änderung der Teilchenzahl n pro Zeiteinheit dt und Querschnittsfläche A) in eine Richtung x ist proportional zur Dichteänderung $d\rho/dx$:

$j = \frac{dn}{dt \cdot A} = -D \frac{d\rho}{dx}$ $D =$ Diffusionskoeffizient

Der Diffusionskoeffizient beträgt in Flüssigkeiten $D = \frac{k_B T}{6\pi \, \eta R}$ mit R = Radius der diffundierenden Teilchen und η der Viskosität der Flüssigkeit.

2. Fick'sches Gesetz der Diffusion:

Die zeitliche Änderung der Dichte ist proportional zum Dichtegefälle längs x:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}$$

Osmose:

Ist ein gelöster Stoff der Konzentration c bei der Temperatur T durch eine selektiv permeable („semipermeable") Wand von seinem Lösungsmittel getrennt, so wirkt auf dieses ein osmotischer Druck Π der durch das **van't Hoff Gesetz** beschrieben wird:

$$\Pi = c \cdot R \cdot T$$

Es strömt solange Lösungsmittel durch die selektiv permeable Wand bis Außen- und Innendruck gleich sind.

1. Hauptsatz der Wärmelehre:

Als innere Energie U bezeichnet man die gesamte Energie, die in einem Gas gespeichert ist, d.h. sowohl die gespeicherte Wärmeenergie Q als auch die gespeicherte mechanische Energie W $(U = Q + W)$.

Damit lautet der 1. Hauptsatz der Wärmelehre:

Die Summe der einem System zu-/abgeführten Wärme ΔQ und der an/von ihm verrichteten Arbeit ΔW ist gleich der Zu-/Abnahme der inneren Energie.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

$\Delta Q, \Delta W > 0$ zugeführte Wärme, <u>am</u> System verrichtete Arbeit

$\Delta Q, \Delta W < 0$ abgeführte Wärme, <u>vom</u> System verrichtete Arbeit

Führt man einem Gas die Wärmemenge ΔQ zu, ändert sich die Temperatur um ΔT, wobei gemäß der Gasgleichung (ideales Gas) entweder der Druck oder das Volumen konstant gehalten werden können. Es gilt für ein Gas **der Masse m**:

a) für $p =$ const: $\Delta Q = c_p \cdot m \cdot \Delta T$ $c_p =$ spezifische Wärme des Gases bei konstantem Druck (bezogen auf die Masse des Gases)
b) für $V =$ const: $\Delta Q = c_V \cdot m \cdot \Delta T$ $c_V =$ spezifische Wärme des Gases bei konstantem Volumen (bezogen auf die Masse des Gases)

Bezogen auf die Stoffmenge eines Gases ergibt sich

mit $c_V^{mol} = \frac{f}{2}R$; $c_p^{mol} = \frac{f+2}{2}R$ $f =$ Zahl der Freiheitsgrade; $n =$ Zahl der Mole

a) für $p =$ const: $\Delta Q = c_p^{mol} \cdot n \cdot \Delta T$ $c_p^{mol} =$ spezifische Wärme des Gases bei konstantem Druck (bezogen auf die Stoffmenge des Gases)
b) für $V =$ const: $\Delta Q = c_V^{mol} \cdot n \cdot \Delta T$ $c_V^{mol} =$ spezifische Wärme des Gases bei konstantem Volumen (bezogen auf die Stoffmenge des Gases)

2. Hauptsatz der Wärmelehre

Die Entropie ist ein Maß für die Zahl der möglichen Zustände, die ein Gas einnehmen kann oder umgekehrt, ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gas einen bestimmten Zustand einnimmt. Bei reversiblen Zustandsänderungen bleibt die Entropie konstant. Dagegen nimmt sie bei irreversiblen Zustandsänderungen stets zu. Der 2. Hauptsatz besagt, dass ein abgeschlossenes System stets den Zustand seiner maximalen Entropie anstrebt. Anders ausgedrückt: Es ist nicht möglich Energie nur durch Abkühlen eines Systems zu gewinnen. Ebenso wird bei der Mischung zweier Stoffe unterschiedlicher Temperatur stets der wärmere abgekühlt und der kältere erwärmt.

Zustandsänderungen:

a) adiabatisch $Q =$ const

$$\Delta Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = \Delta W \quad \Rightarrow \quad p \cdot V^{\kappa} = \text{const}$$

mit $\kappa = \frac{c_p^{mol}}{c_V^{mol}} = \frac{f+2}{f}$ $\kappa =$ Adiabatenkoeffizient

b) isotherm $U = \text{const}$, $T = \text{const}$

$$\Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta Q = -\Delta W \quad \Rightarrow \quad p \cdot V = \text{const}$$

Wärmeleitung:

In einem Medium, in dem die einzelnen Teilchen gekoppelt sind, so dass sie Schwingungen übertragen können (z.B. Metallatome), wird Wärme durch Wärmeleitung transportiert. Die Wärmestromdichte j ist dabei proportional zum Temperaturunterschied ΔT längs einer Strecke Δl.

$j = -\frac{1}{A}\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta l}$ $A =$ Querschnittfläche

$\lambda =$ Wärmeleitfähigkeit

$$[j] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Konvektion:

In Flüssigkeiten und Gasen findet Wärmetransport auch durch Konvektion statt. Sie beruht auf einem Stofftransport, da erwärmte Schichten sich ausdehnen und aufgrund ihrer geringeren Dichte in einer kälteren Umgebung einen Auftrieb erfahren.

Wärmestrahlung:

Bei der Wärmestrahlung (auch Temperaturstrahlung) eines Körpers handelt es sich um elektromagnetische Wellen, die ein Körper der absoluten Temperatur T aussendet. Die **Wärmeleistungsdichte** (= Wärmeenergie / Zeit · Fläche) wird durch das Stefan-Boltzmann Gesetz beschrieben:

$S = \sigma \cdot T^4$ $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ [\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4}]$

$[S] = \frac{W}{\mathrm{m}^2}$ $T =$ absolute Temperatur; $[T] = \mathrm{K}$

Ein Körper mit der Oberfläche A strahlt bei gleichmäßig verteilter Abstrahlung in der Zeit Δt die Energie E = S A Δt ab.

5. Elektrizitätslehre:

Es gibt positive und negative Ladungen. Die Elementarladung beträgt $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [C]. Ladungen treten immer paarweise auf und können weder erzeugt noch vernichtet werden. In einem abgeschlossenen System ist die Summe der Ladungen konstant (Ladungserhaltungssatz).

Coulomb-Kraft:

Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige Ladungen ziehen sich an. Die Kraft zwischen zwei Punktladungen q_1 und q_2 im Abstand r beträgt:

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\hat{\vec{r}}$ mit dem Betrag $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

$F > 0$ abstoßend; $F < 0$ anziehend

$\hat{\vec{r}}$ = ein **Einheits**vektor ($|\hat{\vec{r}}| = 1$) in Richtung der direkten Verbindung der Ladungen

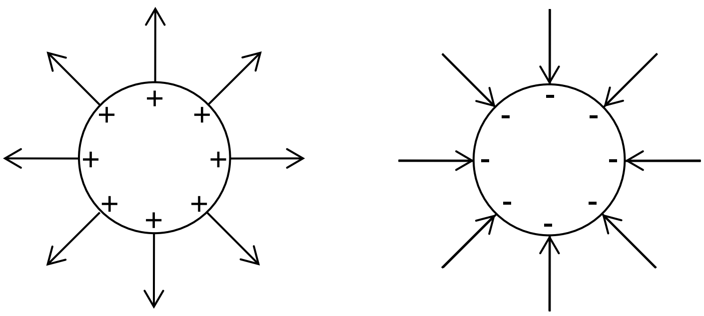
ϵ_0 = Dielektrizitätskonstante = $8{,}854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}}\right]$; ϵ_r = relative Dielektrizität des Mediums, in dem sich die Ladungen befinden (reine Zahl!)

$[q] = \mathrm{Coulomb} = \mathrm{C} = \mathrm{Ampere} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{A \cdot s}.$

Elektrisches Feld:

Elektrische Felder beginnen auf positiven Ladungen und enden auf negativen Ladungen. Elektrische Felder stehen immer senkrecht auf ladungstragenden Oberflächen.

Kugelförmige Ladungsverteilungen mit der Gesamtladung q haben radial-symmetrische elektrische Felder $\vec{E}$.



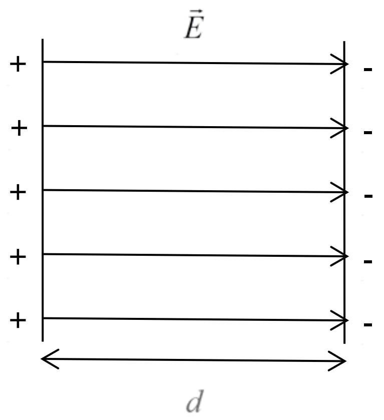
$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{q}{r^2}\hat{\vec{r}}$ $\quad [\vec{E}] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$; $\hat{\vec{r}}$ = Einheitsvektor in radialer Richtung

Flächen gleicher elektrischer Feldstärke nennt man Äquipotenzialflächen. Ein Feld hat in einem Abstand r ein Potenzial φ, das der „Arbeitsfähigkeit" des Feldes auf eine Probeladung entspricht.

$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{q}{r}$ $\quad q$ = Gesamtladung, die das Feld erzeugt.

Die Spannung U ist die Potenzialdifferenz zwischen 2 Punkten im elektrischen Feld.

Zwischen **ebenen** Ladungsverteilungen im Abstand d entsteht ein **homogenes elektrisches Feld**:



$E = \frac{U}{d}$

$U =$ Spannung zwischen den Ladungsebenen

$[U] = \mathrm{Volt} = \mathrm{V}$

Durchläuft eine Ladung q ein elektrisches Feld so ändert sich seine Energie um ΔW. Das heißt: Um eine Ladung gegen die gleichnamig geladene Platte zu bewegen, muss die Arbeit ΔW verrichtet werden: $\Delta W = q \cdot U$.

Man gibt im Falle der Elementarladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ $[\mathrm{C}]$ die Energie der Ladung, die durch eine Spannung U = 1 [V] beschleunigt wird, auch in Elektronenvolt $[\mathrm{eV}]$ an.

$1[\mathrm{eV}] = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ $[\mathrm{J}]$

Dielektrische Verschiebung:

Mit der dielektrischen Verschiebung $\vec{D}$ eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ ergibt die Energiedichte W pro Volumen des Feldes (Energie, die im Feld steckt):

$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$ $\quad [\vec{D}] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{m}^2}$

$W = \frac{1}{2} \overrightarrow{\cdot E} \cdot \vec{D}$ $\quad [W] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$

Kondensator:

Ein Kondensator speichert Ladungen im getrennten Zustand.

Für die Ladung Q einer Kondensatorfläche A gilt:

$Q = C \cdot U$

U = Spannung zwischen den Kondensatorflächen

C = Kapazität des Kondensators

$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$

A = Kondensatorfläche einer Kondensatorplatte

d = Abstand des Kondensators

ϵ_r = relative Permeabilität des Dielektrikums zwischen den Ladungsträgern des Kondensators

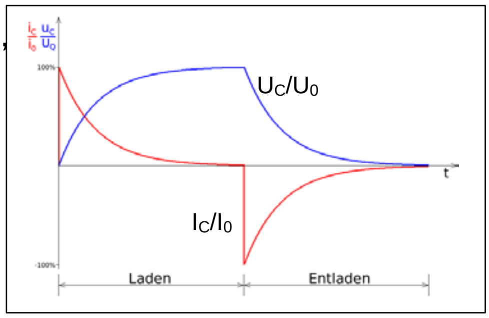
$[C] = \text{Farad} = \text{F} = \frac{A \cdot s}{V}$

Bei einer Parallelschaltung von i Kondensatoren ist die Gesamtkapazität gegeben durch : $C_{ges} = \sum_i C_i$.

Bei einer Serienschaltung von i Kondensatoren ist die Gesamtkapazität gegeben durch: $\frac{1}{C_{ges}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$.

Ein Kondensator speichert die Energie W:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$



Beim Aufladen steigt die Spannung asymptotisch, während der Strom exponentiell abnimmt.

$$U_C = U_0(1 - e^{-t/\tau});\ \ I_C = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{U_0}{R}\ e^{-t/\tau}$$

Beim Entladen nehmen die Spannung und der Strom exponentiell ab. Die Stromrichtung ändert sich:

$$U_C = U_0 e^{-t/\tau};\ \ I_C = -I_0 e^{-t/\tau} = -\frac{U_0}{R}\ e^{-t/\tau}$$

$\tau = RC$

R = Widerstand der Leitungen

Elektrischer Strom:

Fließt in einer Zeit Δt eine Ladung ΔQ durch einen elektrischen Leiter, so ist der Strom I:

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ $\quad\quad$ $[I] = \mathrm{Ampere} = \mathrm{A}$

Liegt dabei eine Spannung U an der Spannungsquelle, so ist die **elektrische**

Leistung:

$P = I \cdot U$ $\quad\quad$ $[P] = \mathrm{Watt} = \mathrm{W} = \mathrm{A{\cdot}V}$

Ohm´sches Gesetz:

An einem Widerstand R fällt bei einem Strom I die Spannung U ab. Der Widerstand hat die Länge l und den Querschnitt A.

$U = R \cdot I$ $\quad\quad$ $[U] = \mathrm{V};\;\; [I] = A;\;\; [R] = \mathrm{Ohm} = \Omega$

$R = \rho \frac{l}{A}$ $\quad\quad$ ρ = spezifischer Widerstand; $[\rho] = \Omega \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$

Bei einer Serienschaltung von i Widerständen ist der Gesamtwiderstand: $R_{ges} = \sum_i R_i$.

Bei einer Parallelschaltung von i Widerständen ergibt sich der Gesamtwiderstand aus: $\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$.

Galvanische Elemente:

Ein galvanisches Element besteht aus 2 elektrischen Leitern erster Art (z.B. metallische Leiter), die durch einen Leiter 2. Art verbunden sind. In einem Leiter 2. Art findet Materialtransport in Form von Ionen statt.

Faraday´sche Gesetze:

1.) In einem galvanischen Element ist die abgeschiedene Masse m proportional zur transportierten Ladung q.
$m = A \cdot q = A \cdot I \cdot t$ $\quad\quad$ A = elektromagnetisches Äquivalent

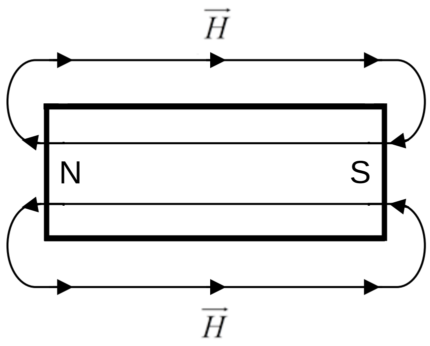
2.) Wenn $\frac{m_{mol}}{Z}$ die Äquivalentmasse ist, dann verhalten sich bei gleichen Strömen zwei abgeschiedene Massen m_1 und m_2 wie die Äquivalentmassen.

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_{mol1} \cdot Z_2}{m_{mol2} \cdot Z_1}$ Z = Ladungszahl; m_{mol} = molare Masse; $\left[\frac{m_{mol}}{Z}\right]$ = val

3.) Zur Abscheidung einer Äquivalentmasse sind $F = 96485 \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{val}}\right]$ Ladungen notwendig.

Magnetostatik:

Es gibt keine magnetischen Monopole. Magnetische Dipole werden mit Nord- und Südpol bezeichnet $\boxed{\text{N} \quad \text{S}}$. Magnetische Felder $\vec{H}$ sind geschlossen.



$\vec{H}$ = magnetische Feldstärke

Gesetz von Biot-Savart:

Ein stromdurchflossener Leiter wird konzentrisch von einem Magnetfeld umgeben. Im Abstand r ist bei einem Strom I die magnetische Feldstärke H:

$H = \frac{I}{2\pi r}$ $[H] = \frac{A}{m}$; Richtung von $\vec{H}$: „rechte Handregel“.

Eine Spule mit N Windungen und der Länge l, die von einem Strom I durchflossen wird, erzeugt ein Magnetfeld H:

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

Kraft auf bewegte Ladungen:

Ein Leiter der Länge l, durch den ein Strom I fließt, erfährt in einem Magnetfeld eine Kraft F, die senkrecht zur Stromrichtung und senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes steht („3 Finger-Regel der rechten Hand“).

$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$ — $\vec{l}$ = Vektor mit Betrag l und Richtung des Stroms

$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$ — $\vec{B} =$ magnetische Induktion

$[\vec{B}] = \text{Tesla} = \text{T} = \frac{\text{V·s}}{\text{m}^2}$ — $\mu_0 =$ magnetische Permeabilität

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{V·s}}{\text{A·m}}\right]$ — $\mu_r =$ relative magnetische Permeabilität des magnetischen Materials (Zahl!)

Eine bewegte Ladung q erfährt in einem Magnetfeld eine Kraft $\vec{F}$ (**Lorentz-Kraft**), die senkrecht zur Geschwindigkeit $\vec{v}$ der Ladung und zur magnetischen Induktion $\vec{B}$ steht. Die Ladung bewegt sich auf einer Kreisbahn.

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ — (q ist entsprechend positiv oder negativ einzusetzen, Vorzeichen beachten, „3-Finger-Regel der rechten Hand")

Magnetischer Fluß:

Der magnetische Fluß ϕ durch eine Fläche A ist gegeben durch:

$\phi = B \cdot A \cdot \cos\alpha$ — $\alpha =$ Winkel zwischen der Fläche und der Senkrechten zu $\vec{B}$

Magnetische Induktion:

Ändert sich der magnetische Fluß um $d\phi$ in einer Zeit dt in einer Fläche A, die von einem Leiter in N Windungen umgeben wird, so wird in diesem Leiter eine Spannung U induziert. Der resultierende Strom ist dabei so gerichtet, dass er der Flußänderung $d\phi$ entgegenwirkt („Lenz´sche Regel").

$$U = -N \frac{d\phi}{dt}$$

Ändert sich in einer Spule mit N Windungen ein Strom um dI in der Zeit dt, so führt dies zu einer Selbstinduktion mit der Spannung:

$U = -L \frac{dI}{dt}$ — L= Induktivität der Spule; $[L] = \frac{\text{V·s}}{\text{A}} = \text{Henry} = \text{H}$

$\mu_r =$ relative Permeabilität des Spulenkerns

$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{A \cdot N^2}{l}$ — $A =$ Querschnittsfläche der Spule; $l =$ Länge der Spule

$N =$ Windungszahl der Spule

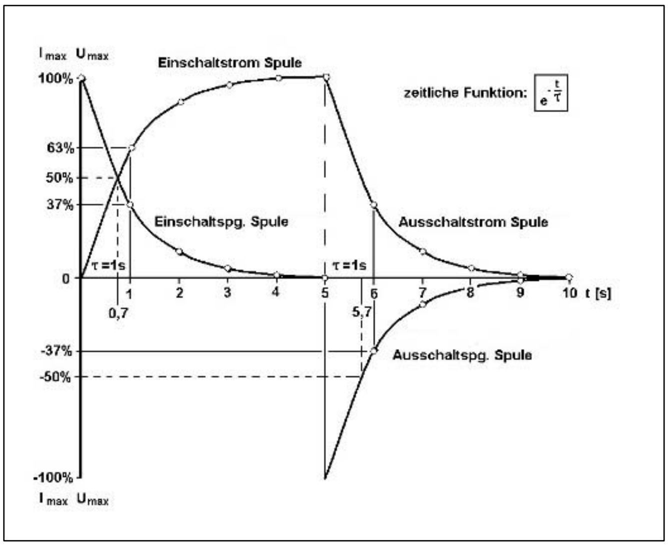
Einschalten eines Stromes an einer Spule:

$I_L = I_0(1 - e^{-t/\tau})$; $U_L = U_0 e^{-t/\tau}$

Ausschalten eines Stromes an einer Spule:

$I_L = I_0 e^{-t/\tau}$; $U_L = -U_0 e^{-t/\tau}$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



Wechselstrom:

$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$; ν = Frequenz

$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$ t = Zeit

$U_0, I_0 =$ Maximalwerte (Amplitude) von Spannung, Strom

Mit den Effektivwerten $U_{\mathrm{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ und $I_{\mathrm{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ergibt sich die über eine Schwingungsperiode gemittelte Leistung $\bar{P}$ zu:

$$\bar{P} = U_{\mathrm{eff}} \cdot I_{\mathrm{eff}}$$

In einem Wechselstromkreis gibt es neben Ohmschen Widerständen (Wärmeverlust der elektrischen Energie durch den Strom) auch induktive Widerstände R_L (Spulen) und kapazitive Widerstände R_C (Kondensatoren):

$$R_L = \omega \cdot L$$

$$R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

In einem Transformator hat die Spule auf der Primärseite N_1 Windungen und auf der Sekundärseite N_2 Windungen. Für die Spannung U_2 und den Strom I_2 auf der sekundären Seite gilt:

$U_2 = U_1 \cdot \frac{N_2}{N_1}$ U_1, I_1 = Spannung, Strom auf der Primärseite

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

6. Schwingungen:

Für eine harmonische Schwingung gilt für einen Schwinger:

Auslenkung: $x(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t)$ — $A_0 =$ Amplitude

Geschwindigkeit: $v(t) = A_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ — $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$; $f =$ Frequenz

Beschleunigung: $a(t) = -A_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$ — $f = \frac{1}{T}$; $T =$ Periode

$[f] = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{Hertz} = \mathrm{Hz}$

Ein schwingender Körper der Masse m hat die Energie W, die sich aus kinetischer und potenzieller Energie zusammensetzt.

$$W = W_{kin} + W_{pot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot {A_0}^2$$

7. Wellen:

Wird ein Schwingungszustand durch den Raum transportiert, so entsteht eine Welle. Eine Welle transportiert kein Material sondern Energie. Man unterscheidet Longitudinalwellen (z.B. Schall), bei denen die Schwingungsrichtung in Richtung der Wellenausbreitung steht, und Transversalwellen (z.B. elektromagnetische Wellen), bei denen die Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht. Transversalwellen sind im Gegensatz zu Longitudinalwellen polarisierbar, d.h. es kann eine Schwingungsrichtung ausgezeichnet werden.

$f \cdot \lambda = v$; oder $\lambda \cdot \nu = c$

$\lambda =$ Wellenlänge

$f, \nu =$ Frequenz

$v, c =$ Ausbreitungsgeschwindigkeit

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} =$ Frequenz, $\omega =$ Kreisfrequenz; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ = Wellenzahl

2 gegenläufige Wellen gleicher Amplitude A und gleicher Frequenz f interferieren zu einer stehenden Welle. Dabei gibt es Orte die immer in Ruhe sind (Knoten) und Orte mit maximaler Ausdehnung (= $2A$) (Bäuche). In einem Resonator der Länge L bildet sich eine stehende Welle für folgende Bedingungen von λ:

1. An beiden Enden des Resonators befindet sich ein Knoten oder ein Bauch:

   $L = n \cdot \frac{\lambda}{2};\qquad\qquad n = 1, 2,\ \ldots$

2. An einem Ende des Resonators befindet sich ein Knoten, am anderen Ende ein Bauch:

   $L = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}\ ;\qquad n = 1, 2,\ \ldots$

Schallausbreitung:

Für die Schallgeschwindigkeit in einem Gas gilt:

$v = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \cdot \frac{RT}{m_{mol}}}$; Temperaturabhängigkeit $v = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}}$; p = Druck; ρ = Dichte

T = absolute Temperatur; $\kappa = \frac{c_p^{mol}}{c_v^{mol}}$ = Adiabatenkoeffizient; m_{mol} = molare Masse

$v_0(Luft) = 331 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$ für Normalbedingungen bei 0 °C ($T_0 = 273{,}15\ K$).

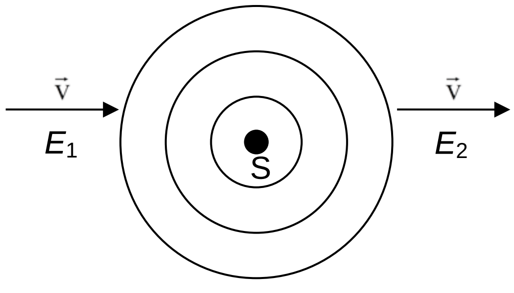
An einer Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlicher Schallgeschwindigkeit entsteht ein Wellenwiderstand z:

$z = \rho \cdot v$ (ρ, v = Dichte, Ausbreitungsgeschwindigkeit hinter der Grenzfläche)

Doppler Effekt:

Bewegen sich Sender S oder Empfänger E eines Schallsignals mit der Geschwindigkeit v , so ändert sich die Frequenz f_0 des Schallsignals. Analoges gilt auch für andere Arten von Wellen, wie z.B. elektromagnetische Wellen (Radar, Licht etc.)

1. Sender in Ruhe

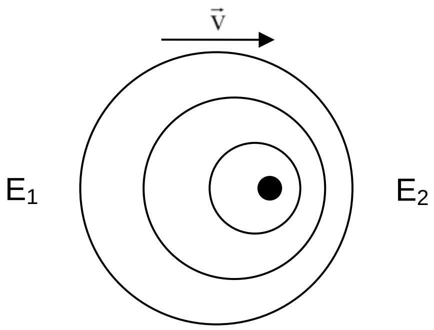


$f(E_1) = f_0\left(1 + \frac{v}{c}\right)$

$f(E_2) = f_0\left(1 - \frac{v}{c}\right)$

c = Schallgeschwindigkeit, Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

2. Empfänger in Ruhe



$$f(E_1) = f_0\left(1 + \frac{v}{c}\right)^{-1}$$

$$f(E_2) = f_0\left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1}$$

3. Sender S und Empfänger E sind in Bewegung ($v_E =$ Geschwindigkeit des Empfängers; $v_S =$ Geschwindigkeit des Senders) auf einander zu:

   $$f(E) = f_0\left(1 + \frac{v_E}{c}\right)\left(1 - \frac{v_S}{c}\right)^{-1}$$

4. Sender S und Empfänger E sind in Bewegung ($v_E =$ Geschwindigkeit des Empfängers; $v_S =$ Geschwindigkeit des Senders) von einander weg:

   $$f(E) = f_0\left(1 - \frac{v_E}{c}\right)\left(1 + \frac{v_S}{c}\right)^{-1}$$

Lautstärke:

Physikalisch wird die Lautstärke durch die Schallintensität I beschrieben, d.h. die Energie, die pro Zeitintervall auf eine Fläche trifft. $\left([I] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right)$.

Daneben verwendet man den **Schalldruckpegel** L_p:

$$L_p = 10 \cdot \log\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = 20 \cdot \log\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

$p =$ Schalldruck

$$\left[L_p\right] = \mathrm{dezibel} = \mathrm{dB}$$

$p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ [Pa](Luft)

$p_0 = 1$ [μPa] (sonst.)

Ein anderes Maß ist der Schallintensitätspegel L_I, der dem Schalldruckpegel proportional ist:

$$L_I = 10 \cdot \log\left(\frac{|I|}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12}\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]; \ [L_I] = \mathrm{dB}$$

Die empfundene Lautstärke wird in Phon gemessen und berücksichtigt die frequenzabhängige Empfindlichkeit des menschlichen Ohrs. Die Lautstärke wird dabei mit einem Ton verglichen, der bei einer Frequenz von 1 $[\mathrm{kHz}]$ dasselbe Hörempfinden auslöst.

$L = 10 \cdot \log\left(\frac{|I|}{I_0}\right)$ $\qquad I_0 = 10^{-12}\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$ bei 1 $[\mathrm{kHz}]$; $[L] = \mathrm{Phon}$

8. Elektromagnetische Wellen - Optik

Eine elektromagnetische (EM-) Welle (z.B. Radiowelle, Lichtwelle, Mikrowelle, Röntgenwelle) besteht aus einem sich zeitlich ändernden elektrischen Feld $\vec{E}$ und einem sich zeitlich ändernden magnetischen Feld $\vec{H}$, die senkrecht aufeinander stehen und in Phase schwingen.

$\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{c}$ $\qquad \vec{c}$ = Ausbreitungs-/Phasengeschwindigkeit

$\lambda \cdot \nu = c$ $\qquad \lambda$ = Wellenlänge; $\quad \nu$ = Frequenz

$$c(Vakuum) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

In einem Medium ist die Phasengeschwindigkeit einer EM-Welle immer geringer als im Vakuum. Bei einem Übergang von einem Medium mit der Phasengeschwindigkeit c_1 in ein Medium mit der Phasengeschwindigkeit c_2 bleibt die Frequenz ν (=Farbe) erhalten.

$$c(\mathrm{Materie}) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \frac{c(\mathrm{Vakuum})}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$$

$c(\mathrm{Materie}) < c(\mathrm{Vakuum})$ $\qquad \lambda(\mathrm{Materie}) < \lambda(\mathrm{Vakuum})$

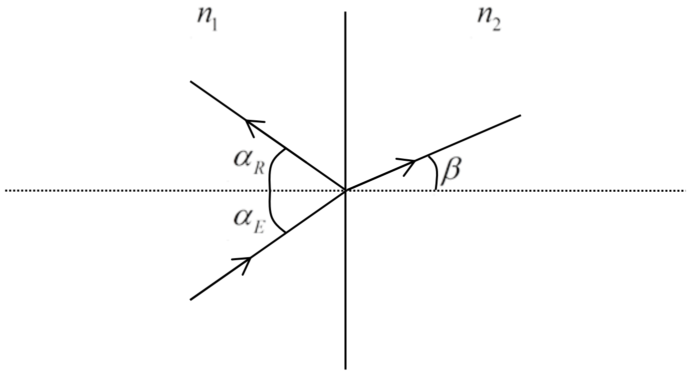
Für optisch transparente Stoffe gilt $\mu_r = 1$.

Damit wird $c = \frac{c(\mathrm{Vakuum})}{\sqrt{\varepsilon_r}}$.

$\sqrt{\varepsilon_r} = n$ $\qquad n$ = Brechungsindex $\qquad n = n(\nu)$

Gesetz von Snellius (geometrische Optik):

An einer Grenzfläche zwischen zwei Medien mit Brechungsindex n_1 und n_2 wird ein Lichtstrahl z.T. reflektiert und z.T. gebrochen.



$n_1 < n_2$

$\alpha_E = \alpha_R$

$$\frac{\sin \alpha_E}{\sin \beta} = \frac{\mathrm{n}_2}{\mathrm{n}_1}$$

Lambert-Beer-Gesetz:

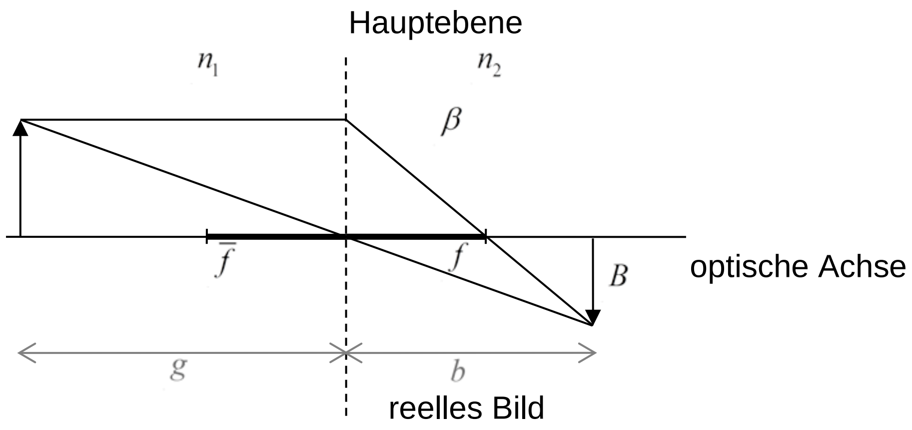
Ein Lichtstrahl der Wellenlänge λ habe die Intensität $I_0(\lambda)$ und durchdringe ein Medium der Dicke d. Die nach Absorption im Medium verbleibende Intensität $I(\lambda)$ ist:

$I(\lambda) = I_0(\lambda) \cdot e^{-k(\lambda)\cdot d}$ $k(\lambda)$ = Extinktionskoeffizient

Aus weißem Licht können so subtraktiv Farben erzeugt werden.

Linsen (geometrische Optik):

Eine Linse, die auf der optischen Achse dicker ist als am Rand, heißt **konvex**. Eine Linse, die auf der optischen Achse dünner ist als am Rand, heißt **konkav**. Mit Hilfe einer gedachten Ebene, der Hauptebene, an der das Beugungsverhalten der vorderen und hinteren Grenzfläche Linse zusammengefasst wird, lässt sich das Abbildungsverhalten dünner Linsen beschreiben. Die Hauptebene steht senkrecht zur optischen Achse des Systems.



G = Gegenstandsgröße; B = Bildgröße; g = Gegenstandsweite; b = Bildweite

$\bar{f}, f$ = Brennweite; n_1,n_2 =Brechungsindizes

Es gilt: $\frac{G}{B} = \frac{g}{b}$

D = Brechkraft $= \frac{n_1}{\bar{f}} = \frac{n_2}{f} = \frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b}$ $D > 0$ (konvex); $D < 0$ (konkav)

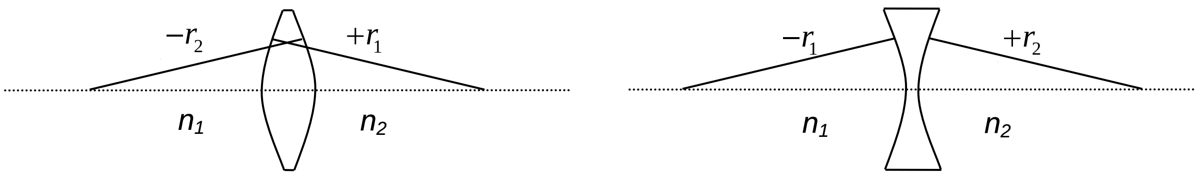
Bei mehreren Linsen in einem System addieren sich die Brechkräfte.

In Luft: $D = \frac{1}{f}$ $[D] = \frac{1}{m} = \text{Dioptrie} = \text{dpt}$

Linsenschleifergleichung:

$$D = \frac{n_1}{\bar{f}} = \frac{n_2}{f} = \frac{n_{Linse} - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n_{Linse}}{r_2}$$

wobei die Konvention für die Radien r_1 und r_2 gilt, dass *r* > 0, wenn die Fläche konvex zum Gegenstand ist, und *r* < 0 ist, wenn die Fläche konkav zum Gegenstand steht.



in Luft mit $n_{Luft} = 1$ gilt daher: $D = \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ => $\frac{1}{f} = (n_{Linse} - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

Lupe:

Bei einer Lupe steht der Gegenstand innerhalb der Brennweite. Es wird ein virtuelles Bild erzeugt. Die Vergrößerung $v_L = \frac{s_0}{f}$, wobei $s_0 = 25\,[\mathrm{cm}]$ die deutliche Schreibweise und f die Brennweite der Lupe ist.

Mikroskop:

Bei einem Mikroskop wird durch das Objektiv ein reelles Bild erzeugt, das in der Brennweite des Okulars steht. Davon wird ein virtuelles Bild durch das Okular erzeugt. Die Vergrößerung V_M des Mikroskops wird beschrieben durch:

$$V_M = \frac{t \cdot s_0}{f_{obj} \cdot f_{ok}}$$

f_{obj} = Brennweite des Objektivs

f_{ok} = Brennweite des Okulars

t = Tubuslänge.

Die Numerische Apertur NA eines Objektivs ist durch den Öffnungswinkel φ und den Brechungsindex n des Mediums zwischen Objektiv und Gegenstand gegeben.

$$NA = n \cdot \sin\frac{\varphi}{2}$$

Die Auflösung Δx beschreibt den kleinsten Abstand, den zwei Punkte haben können, um getrennt detektiert zu werden. Für ein Objektiv gilt:

$$\Delta x = 0{,}61\,\frac{\lambda}{NA}$$

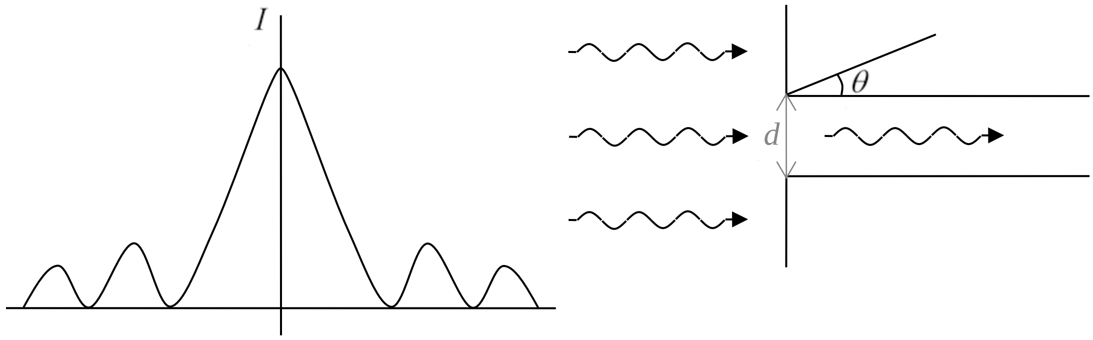
λ = Wellenlänge des benutzten Lichtes

Beugung (Wellenoptik):

Mit Beugung beschreibt man das Phänomen, dass im geometrischen Schatten eines Hindernisses bei einer EM-Welle (Licht) noch Intensität (Helligkeit) registriert wird. Beugung ist eine charakteristische Welleneigenschaft.

Beugung am Spalt:

Hinter einem Spalt der Breite d verteilt sich die Intensität in Form von Intensitäts-minima und –maxima:



Minima: $\sin\theta = k \cdot \frac{\lambda}{d}$ $\quad k = 1, 2,$ ...

Maxima: $\sin\theta = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2d}$

Beugung am Gitter:

Ein Gitter hat eine Vielzahl kleiner Spalte im Abstand g (g = Gitterkonstante). Hinter einem Gitter entsteht ebenfalls ein Beugungsbild:

Maxima: $\sin\theta = k \cdot \frac{\lambda}{g}$ $\quad k = 1, 2,$ ...

Minima: $\sin\theta = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2g}$

9. Welle Teilchen Dualismus

Quantenmechanisch kann eine Welle der Frequenz ν auch als Teilchen einer Masse m beschrieben werden. Umgekehrt haben massenbehaftete Teilchen auch die Eigenschaft von Wellen. Es gilt:

$E = h \cdot \nu = h\frac{c}{\lambda}$ h= Planck´sches Wirkungsquantum = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ [Js]

$E = m \cdot c^2$ $c = 3 \cdot 10^8 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$; m = Masse, $[m] = \mathrm{kg}$

λ = de Broglie Wellenlänge

10. Atom- und Kernphysik, Röntgenstrahlung:

Atome bestehen aus Kern (Protonen und Neutronen) und der Elektronenhülle. Nach dem Bohr´schen Atommodell bewegen sich die Elektronen auf Kreisbahnen um den

Kern. Die Eigenschaften der Elektronenbahnen werden durch die Quantenzahlen n (Energieniveau), l (Bahndrehimpuls), ml (Bahnneigung), s (Spin) beschrieben. Die Energie ΔE, die ein Quant (Photon) hat, das bei einem Übergang eines Elektrons aus einem Energieniveau E_1 in ein anderes Energieniveau E_2 absorbiert/emittiert wird, ist gegeben durch:

$h \cdot \nu = \pm \Delta E = \pm(E_1 - E_2)$ $\nu =$ Frequenz des Photons

Im Kern ist nahezu die gesamte Masse des Atoms vereinigt. Ein Element X mit der Ordnungszahl $Z =$ Protonenzahl und der Massenzahl $A = Z + N$ ($N =$Neutronenzahl) wird dargestellt: ${}_{Z}^{A}X$

Radioaktiver Zerfall:

Man unterscheidet folgende Formen des radioaktiven Zerfalls von Atomkernen:

α – Zerfall: ${}_{Z}^{A}X \xrightarrow{\alpha\text{ – Zerfall}} {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}\alpha$

β^- – Zerfall: ${}_{Z}^{A}X \xrightarrow{\beta^-\text{ – Zerfall}} {}_{Z+1}^{A}Y + e^- + \bar{\nu}$ mit $e^- =$ Elektron; $\bar{\nu} =$ Antineutrino

β^+ – Zerfall: ${}_{Z}^{A}X \xrightarrow{\beta^+\text{ – Zerfall}} {}_{Z-1}^{A}Y + e^+ + \nu$ mit $e^+ =$ Positron; $\nu =$ Neutrino

γ – Zerfall: ${}_{Z}^{A}X^* \xrightarrow{\gamma\text{ – Zerfall}} {}_{Z}^{A}X + \gamma$ mit $* =$ angeregter Zustand; $\gamma =$ Quant

Zerfallsgesetz:

Nach einer Zeit t verbleiben beim radioaktiven Zerfall von n_0 Kernen noch n Kerne.

$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t}$ $\lambda =$ Zerfallskonstante

$A = -\lambda \cdot n = \frac{dn}{dt}$ $A =$ Aktivität $[A] = \mathrm{Becquerel} = \mathrm{Bq}$

$1\mathrm{Bq} = \frac{1\ \mathrm{Zerfall}}{\mathrm{s}}$

$T_{1/2} =$ Halbwertszeit $\frac{\ln 2}{\lambda}$

$\tau =$ Lebensdauer $\frac{1}{\lambda}$

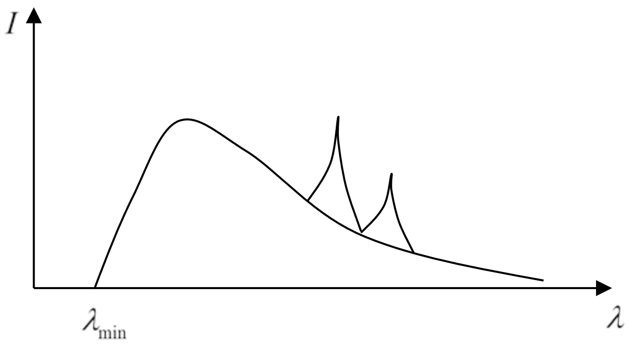
Röntgenstrahlung:

In einer Röntgenröhre werden Elektronen durch eine Spannung U beschleunigt und treffen mit einer Geschwindigkeit v auf die Anode. Es gilt:

$e \cdot U = \frac{m}{2} \cdot v^2$ m = Masse des Elektrons = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ [kg]

$v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}$ e = Elementaraladung = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [C]

Es entsteht ionisierte Strahlung mit einem kontinuierlichen Spektrum (Bremsstrahlung), das einen typischen Verlauf zeigt und bei einer minimalen Wellenlänge beginnt. Dieses kontinuierliche Spektrum wird durch ein Linienspektrum überlagert, das vom Material der Anode abhängt (charakteristisches Spektrum).



$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$

Absorption ionisierender Strahlung:

Die Intensität I ionisierender Strahlung nach Durchlaufen eines Absorbers der Dicke d ist gegeben durch:

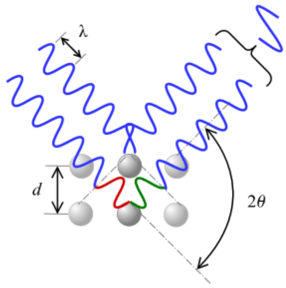
$I = I_0 \cdot e^{-\mu d}$ I_0 = Intensität vor dem Absorber

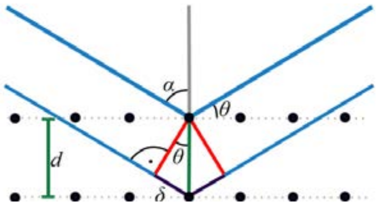
$I = I_0 \cdot e^{-\frac{\mu}{\rho}\rho d}$ μ = Absorptionskoeffizient; $\frac{\mu}{\rho}$ = Massenabsorptionskoeffizient

Je nach Energie der ionisierenden Strahlung ($h \cdot \nu$) und der Ordnungszahl Z des Absorbers tragen verschiedene Effekte zur Absorption bei: Photoeffekt, Compton-Effekt, Paarbildung: $\mu = \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{Paar}}$

Bragg-Bedingung:

Die Atome eine regelmäßigen Kristalls haben den Abstand d und stellen für Röntgenstrahlung ein Gitter dar, an dem sie Beugung erfährt. In Reflexion treten daher für bestimmte Winkel θ Intensitätsmaxima auf:





$$\sin\theta = \frac{n\lambda}{2d}$$

$$n = 1,2, \dots..$$

Dosis / Äquivalentdosis:

Die Energiedosis D ist die bei einem Strahldurchgang pro Masse dm abgegebene Energie dE. Im Strahlenschutz wird die wirksame Dosis H je nach Strahlenart und Organ mit einem Gewichtungsfaktor Q versehen.

$D = \frac{dE}{dm}$; $H = Q\frac{dE}{dm} = Q\,D$ [D] = Gray = Gy; [H] = Sievert = Sv

Strahlungsart	Q = RBW
Röntgen- und γ- Strahlen, Elektronen (E> 30 keV)	1
dito (E< 30 keV)	1.7
Thermische Neutronen	3
Schnelle Neutronen (> 1 MeV)	10
Protonen (bis 10 MeV)	10
α - Teilchen, schwere Kerne	≥ 20

Im folgenden finden Sie einige Konstanten und spezifische Materialgrößen:

Naturkonstanten			
Größe	Symbol	Wert	Einheit
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$2.997925 \cdot 10^8$	m/s
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ $1.2566 \cdot 10^{-6}$	$V\,s/(A\,m)$
Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0 = 1/\mu_0\ c^2$	$8.8542 \cdot 10^{-12}$	$A\,s/(V\ m)$
Gravitationskonstante	G	$6.6743 \cdot 10^{-11}$	$m^3/(kg\,s^2)$
Erdbeschleunigung	g	9.81	m/s^2
Masse des Elektrons	m_e	0.511	MeV/c^2
Masse des Protons	m_p	938.272	MeV/c^2
Masse des Neutrons	m_n	939.565	MeV/c^2
Elementarladung	e	$1.6022 \cdot 10^{-19}$	$A\,s$
Atomare Masseneinheit	m_u	$1.661 \cdot 10^{-27}$ 931.494	kg MeV/c^2
Avogadro-Konstante	N_A	$6.022 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Faraday-Konstante	$F = e\,N_A$	96485	$A\,s/mol$
Molare Gaskonstante	R	8.3145	$J/(mol\ \ K)$
Boltzmann-Konstante	k	$1.3807 \cdot 10^{-23}$	J/K
Plancksche Konstante	h	$6.6261 \cdot 10^{-34}$	$J\ \ s$
Numerische Konstanten	π e	3.1416 2.7183	
Normalbedingungen	p_0 T_0 V_0	101 325 273.15 $22.414 \cdot 10^{-3}$	Pa K m^3/mol

Umrechnungsfaktoren
1 bar = 10^5 Pa = 750 Torr
1 kcal = $4.186 \cdot 10^3$ J = $1.16 \cdot 10^{-3}$ kWh
1 Jahr = $3.156 \cdot 10^7$ Sekunden = 365.25 Tage = 8766 Stunden

Dichte (ρ)	
Substanz	g/cm^3
Aluminium	2.70
Blei	11.3
Blut	1.06
Butanol	0.81
Dampf (100 °C)	$0.6 \cdot 10^{-3}$
Eis	0.92
Eisen	7.86
Erythrozyten	1.10
Glas	2.6
Gold	19.3
Holz	0.7
Knochen	1.5
Kupfer	8.93
Luft	$1.293 \cdot 10^{-3}$
Meereswasser	1.06
Quecksilber	13.6
Wasser (4 °C)	1.0

Spezifischer Widerstand (ρ)	
Material	$\Omega\, m$
Aluminium	$2.5 \cdot 10^{-8}$
Silber	$1.6 \cdot 10^{-8}$
Kupfer	$1.7 \cdot 10^{-8}$
Eisen	$10 \cdot 10^{-8}$
Wolfram	$5.5 \cdot 10^{-8}$

Schallgeschwindigkeit (c)	
Medium	m/s
Glas (20 °C)	5300
Wasser (0 °C)	1271
Wasser(20 °C)	1480
Wasser (37 °C)	1530
Blut	1560
CO_2 (20 °C)	276
Luft (0 °C)	331

Spezifische Wärmekapazität (c)	
Substanz	$J/(g\,K)$
Aluminium	0.9
Blei	0.128
Eis(−10 °C)	2.05
Eisen	0.45
Gold	0.126
Kupfer	0.386
Quecksilber	0.140
Silber	0.233
Wasser (24 °C)	4.18
Mensch	3.48
Schmelzenergie von Eis	$\lambda_s = 333.5$ J/g
Verdampfung von Wasser	$\Lambda_s = 2257$ J/g

Brechzahl (n)	
Stoff	Brechzahl
Vakuum	1
Luft	1.00
Wasser	1.333
Quarzglas	1.46
Flintglas	1.92
Diamant	2.42
Ölimmersion	1.55
Menschliches Auge	
Kammerwasser, Glaskörper	n = 1.337
Linse	n = 1.358
Hornhaut	r = 7.83 mm

Massenabsorptionskoeffizient (μ/ρ)		
	Energie der Röntgenstrahlung 50 keV	100 keV
Material	$\mu/\rho(cm^2/g)$	$\mu/\rho(cm^2/g)$
Wasser (4 °C)	0.2	0.17
Aluminium	0.3	0.18
Blei	8.0	5.00

Viskosität (η)	
Stoff	$Pa\,s$
Blut (37° C)	$4.5 \cdot 10^{-3}$
Wasser (0° C)	$1.8 \cdot 10^{-3}$
Wasser (20 °C)	$1.0 \cdot 10^{-3}$
Wasser (60 °C)	$0.47 \cdot 10^{-3}$
Luft	$0.018 \cdot 10^{-3}$

Zum Schluss noch ein paar Regeln zur Vektorrechnung:

Verschiedene physikalische Größen wie die Kraft oder der Impuls stellen Vektoren im Raum dar. Vektoren haben eine Richtung und einen Betrag.

Darstellung:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

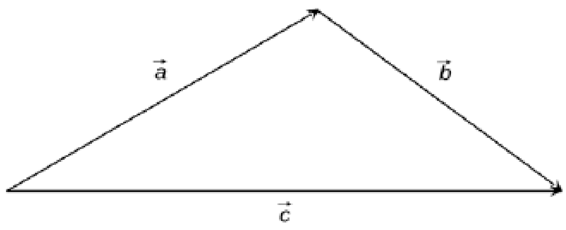
a_x, a_y a_z sind die 3 Komponenten im Raum

Betrag:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Summe:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

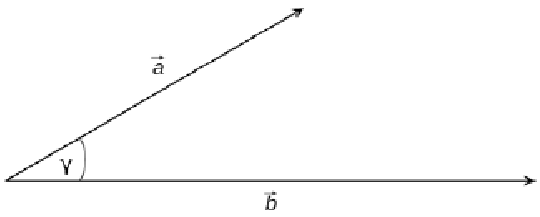


Multiplikation mit Skalar:

$$x\,\vec{a} = \begin{pmatrix} x\,a_x \\ x\,a_y \\ x\,a_z \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt (Ergebnis ist ein Skalar, d.h. kein Vektor):

$$\vec{a}\,\vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\,\cos\,\alpha$$



Vektorprodukt:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y\,b_z - a_z\,b_y \\ a_z\,b_x - a_x\,b_z \\ a_x\,b_y - a_y\,b_x \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\,\sin\alpha$$