

Fakultät für Physik und Astronomie
Universität Heidelberg

Bachelorarbeit in Physik
eingereicht von

Benedikt Erdmann

geboren in Menden(Sauerland) Deutschland

2019

Wechselwirkung von atomaren Mehrniveau-Systemen mit Laserlicht

Diese Bachelorarbeit wurde ausgeführt von Benedikt Erdmann am
Kirchhoff-Institut für Physik
unter der Betreuung von
Prof. Dr. Markus Oberthaler

Zusammenfassung

Ziel dieser Bachelorarbeit ist es, die Wechselwirkung von Atomen als quantenmechanische Mehrniveau-Systeme mit Laserlicht zu verstehen. Dazu werden die theoretischen Grundlagen erarbeitet und deren Erweiterung auf die Master-Gleichung motiviert. Dieses Modell wird zunächst an Zweiniveau- und Dreiniveau-Systemen getestet und schließlich auf Kalium angewendet. Für das System des Kaliumatoms werden unter anderem Streuraten und die Absorption in Abhängigkeit von der Intensität des Laserlichtes vorhergesagt. Diese theoretischen Daten werden abschließend mit experimentellen Werten aus Absorptionsmessungen verglichen.

Abstract

The aim of this bachelor thesis is to further the understanding of the interaction of atoms as quantum mechanical multilevel systems with lasers. To achieve this the theoretical basics are worked out and their generalization to the Master-equation is motivated. This model is first applied on two- and threelevel-systems as tests and then finally applied on the potassium. For the system of the potassium-atom scattering rates and the absorption in dependence of the intensity of the laser are being calculated. These theoretical data are lastly compared with the experimental values from the absorption-measurements.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Grundlagen	6
2.1	Das Zweiniveau-System	6
2.1.1	Der Hamiltonoperator im Wechselwirkungsbild	6
2.1.2	Rabioszillationen	9
2.1.3	Die optischen Bloch-Gleichungen des Zwei-Level-Systems	10
2.2	Erweiterung auf Mehrniveau-Systeme	13
2.3	Das Kalium-Atom als Mehrniveau-System	16
2.3.1	Hyperfeinstruktur des Kalium-Atoms	16
2.3.2	Das Dipolmatrixelement	18
2.3.3	Spontane Emission der Hyperfeinzustände	19
2.4	Der Versuchsaufbau	20
3	Numerische Simulation	23
3.1	Implementierung des zeitabhängigen Hamiltonoperators	23
3.2	Implementation von Test-Systemen	24
3.2.1	Numerische Simulation von Rabi-Oszillationen	24
3.2.2	Simulation des Zweiniveau-Systems mit spontaner Emission	26
3.2.3	Das Dreiniveau-System	27
3.3	Simulation mit dem Termschema des Kalium-Atoms	30
3.3.1	Grundlagen der Simulation	30
3.3.2	Aufbau und Durchführung der Simulation	31
3.3.3	Simulationen für verschiedene Parameter	32
3.4	Berechnung der Streurrate für verschiedene Intensitäten	38
4	Auswertung der experimentellen Daten	40
4.1	Charakteristische Kurve des AOMs	40
4.2	Auswertung der Absorption	41
5	Vergleich der experimentellen und theoretischen Ergebnisse	43
6	Zusammenfassung und Fazit	47

1 Einleitung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wird die Wechselwirkung von Atomen mit Licht untersucht. Hierbei wird das Atom als quantenmechanisches Mehrniveau-System angenommen. Das Ziel ist die Beschreibung der Dynamik des D2-Übergangs in Kalium ($^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$), der durch Hyperfeinaufspaltung ein komplexes Niveauschema aufweist. Vor der Behandlung dieses komplexen Systems sollen zunächst einfachere Beispiele untersucht werden.

Als erstes soll das Zweiniveau-System behandelt werden. Für dieses System soll der Hamiltonian hergeleitet werden, wobei die Interaktion mit Licht durch eine klassische ebene Welle beschrieben wird. Für diesen Hamiltonian soll dann die Zeitentwicklung des Systems betrachtet werden. Zusätzlich soll die spontane Emission als Zerfall des angeregten Niveaus durch einen phänomenologischen Ansatz in die Beschreibung der zeitlichen Dynamik des Systems eingebunden werden. Der Formalismus für Zweiniveau-Systeme mit spontaner Emission soll auf Mehrniveau-Systeme erweitert werden. Die Zeitentwicklung dieser Systeme soll durch numerische Simulationen gelöst werden. Diese Erweiterung soll ebenfalls auf das Dreiniveau-System als Testsystem angewendet werden.

Nach diesen einführenden Beispielen soll dann das Kalium betrachtet werden. Als erstes soll hierfür näher auf die Hyperfeinstruktur des Kaliums eingegangen werden. Des weiteren wird die Berechnung der Dipolmatrixelemente behandelt. Die Zerfallsraten der Hyperfeinzustände sollen ebenfalls erörtert werden. Mit Hilfe dieser beiden Grundlagen soll dann die Zeitentwicklung des Kaliums mit Hilfe einer numerischen Simulationen bestimmt werden. Diese Dynamik soll für unterschiedliche Parameter wie Lichtintensität und Polarisation bestimmt und näher behandelt werden. Als Prognosen sollen die Dynamiken für unterschiedliche Lichtintensitäten bestimmt werden, um mit deren Hilfe die Streuraten des Systems in Abhängigkeit von diesem Parameter zu bestimmen. Schließlich sollen diese Prognosen mit den experimentellen Daten verglichen werden. Die Daten wurden aufgenommen, indem eine Wolke kalter Kaliumatome mit entsprechendem Laserlicht bestrahlt wurde, und das entsprechende Absorptionsbild mit einer CCD-Kamera aufgenommen wurde.

2 Grundlagen

Im Folgenden werden die physikalischen Grundlagen im Rahmen dieser Bachelorarbeit näher erörtert. Als Erstes wird der Hamiltonoperator von dem Zweiniveau-System hergeleitet und verwendet um die Zeitentwicklung des Systems zu bestimmen und die Lösungen in der Literatur zu reproduzieren. Auf das Zwei-Level-System soll dann ein phänomenologische Ansatz angewendet werden um die spontane Emission in das Modell einzubinden. Das theoretische Modell des Zweiniveau-Systems wird anschließend auf Mehrniveau-Systeme erweitert um die Zeitentwicklung von komplexeren Systemen berechnen zu können. Mit der Entwicklung der Aufenthaltswahrscheinlichkeiten soll dann z.B. die Absorbtion berechnet werden. Damit das Modell angewendet werden kann, muss auch das Kaliumatom als quantenmechanisches System verstanden werden um z.B. Matrixelemente und Zerfallsraten zu bestimmen.

2.1 Das Zweiniveau-System

2.1.1 Der Hamiltonoperator im Wechselwirkungsbild

Als Erstes wird das einfache Zweiniveau-System betrachtet für welches der Hamiltonoperator in einem anderen quantenmechanischem Bild als das Schrödingerbild hergeleitet werden soll.

Hierfür wird ein Modellsystem betrachtet, bestehend aus zwei Energieniveaus. Sei einer der Zustände $|g\rangle$ mit Energie $E_g = \hbar\omega_g$ und der andere $|e\rangle$ mit $E_e = \hbar\omega_e$, wobei $E_e > E_g$ gewählt ist. Sei die Menge $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ die Basis des 2-dimensionalen Hilbertraums, so gilt direkt folgendes für den Hamiltonian \hat{H}_0 dieses Systems:



Abbildung 1: Zweiniveau-System Diese Abbildung stellt das Schema eines einfachen Zweiniveau-Systems dar. Der Zustand $|e\rangle$ mit Energie $\hbar\omega_e$ ist das obere angeregte Niveau. Der Zustand $|g\rangle$ mit Energie $\hbar\omega_g$ ist der untere Grundzustand. Die Kreisfrequenzdifferenz(Übergangsfrequenz) beider Zustände ist ω_{eg} . Dieses System wechselwirkt mit elektromagnetischer Strahlung der Frequenz ω_l .

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| + \hbar\omega_g |g\rangle \langle g| \quad (2.1.1)$$

Nun wird das System (Abbildung 1) von Licht angeregt. Betrachtet man die elektromagnetische Strahlung als ebene Welle, so gilt folgendes für das elektrische Feld [1, S.5 Gl.1.9.]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \vec{\epsilon} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_l t) \quad (2.1.2)$$

E_0 bezeichnet dabei die Stärke des elektrischen Feldes und steht im direkten Zusammenhang zur Intensität I des eingestrahltten Lichtes mit Frequenz $f_l = \omega_l/2\pi$, Wellenvektor \vec{k} und Polarisation $\vec{\epsilon}$. Mit $\hat{H}'(t)$ als zusätzlichem Term zu \hat{H}_0 , der die Strahlungskopplung beschreibt gilt nach [1, S.5 Gl.1.8] nun folgender Zusammenhang zwischen $\hat{H}'(t)$ und dem elektrischen Feld:

$$\hat{H}'(t) = -e\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) \cdot \hat{\vec{r}} \quad (2.1.3)$$

Da Licht ein Niveau nicht an sich selbst koppeln kann gilt $H'_{ee} = H'_{gg} = 0$. Für \hat{H}'_{eg} ergibt sich mit den Gleichungen 2.1.2 und 2.1.3:

$$H'_{eg}(t) = -eE_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_l t) \langle e | \hat{\vec{\epsilon}} \cdot \hat{\vec{r}} | g \rangle =: \hbar\Omega \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_l t) \quad (2.1.4)$$

Der Polarisationsvektor des elektrischen Feldes ist in dieser Darstellung nun ebenfalls als Vektoroperator zu verstehen. Bei Ω handelt es sich um die sogenannte Rabi-Frequenz.

$$\Omega := -\frac{eE_0}{\hbar} \langle e | \hat{\vec{\epsilon}} \cdot \hat{\vec{r}} | g \rangle \quad (2.1.5)$$

Gleichung 2.1.3 wurde mit Hilfe der Dipolnäherung [1, S.5] hergeleitet und der sogenannte Dipoloperator $\hat{d} := \hat{\vec{\epsilon}} \cdot \hat{\vec{r}}$ eingeführt mit $\langle e | \hat{d} | g \rangle$ als Dipolmatrixelement. Für den Hamiltonoperator \hat{H} des Gesamtsystems gilt nun:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' = \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| + \hbar\omega_g |g\rangle \langle g| + H'_{eg} |e\rangle \langle g| + H'_{ge} |g\rangle \langle e| \quad (2.1.6)$$

Damit \hat{H} hermitesch ist, gilt $H'_{eg} = H'_{ge}^*$. Mit der Darstellung

$$|e\rangle := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |g\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.1.7)$$

folgt für den Hamiltonian:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_e & 0 \\ 0 & \hbar\omega_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_l t) \\ \hbar\Omega^* \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_l t) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.8)$$

Bisher wurde das Schrödingerbild verwendet, bei dem sich die Zeitentwicklung des Systems durch eine Bewegungsgleichung für die Zustände alleine beschreiben lässt. Der Hamiltonian ist jedoch Zeitabhängig, kann aber in einen zeitunabhängigen $\hat{H}_{0,S}$ und einen zeitabhängigen Teil $\hat{H}_{\text{Int},S}$ zerlegt werden. Zur einfacheren Handhabung kann nun ein anderes quantenmechanisches Bild verwendet werden. Beim sogenannten Wechselwirkungsbild (WW-Bild) beschreiben sowohl Operatoren, als auch Zustände die Zeitentwicklung des Systems mit Hilfe von zwei Bewegungsgleichungen. Damit gelten für Operatoren, Zustände und die Dichtematrix $\hat{\rho}_I$ nach [2, S.835 ff.] folgende Gleichungen:

$$\hat{H}_{0,I} = \hat{H}_{0,S} \quad (2.1.9)$$

$$\hat{H}_{\text{Int},I} = \exp\left(\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{0,S}t\right) \hat{H}_{\text{Int},S} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{0,S}t\right) \quad (2.1.10)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi_I\rangle = \hat{H}_{\text{Int},I} |\Psi_I\rangle \quad (2.1.11)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_I = [\hat{H}_{\text{Int},I}, \hat{\rho}_I] \quad (\text{Van-Neumann Gleichung}) \quad (2.1.12)$$

Wähle \hat{H}_0 als $\hat{H}_{0,S}$ und berechne \hat{H}' im WW-Bild. Index I bezeichnet das Wechselwirkungsbild.

$$\begin{aligned} \hat{H}'_I &= \begin{pmatrix} e^{i\omega_e t} & 0 \\ 0 & e^{i\omega_g t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega \cos(-\omega_l t) \\ \hbar\Omega^* \cos(-\omega_l t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e t} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_g t} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\omega_e t} & 0 \\ 0 & e^{i\omega_g t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega \cos(-\omega_l t) e^{-i\omega_g t} \\ \hbar\Omega^* \cos(-\omega_l t) e^{-i\omega_e t} & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega \cos(-\omega_l t) e^{i(\omega_e - \omega_g)t} \\ \hbar\Omega^* \cos(-\omega_l t) e^{-i(\omega_e - \omega_g)t} & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega \cos(-\omega_l t) e^{i\omega_{eg} t} \\ \hbar\Omega^* \cos(-\omega_l t) e^{-i\omega_{eg} t} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.1.13)$$

In Gleichung 2.1.13 wurde die Frequenzdifferenz $\omega_{eg} = \omega_e - \omega_g$ der beiden Zustände eingeführt (siehe Abbildung 1). Es werden nun die beiden nicht-diagonalen Terme von

Gleichung 2.1.13 genauer betrachtet. Mit der komplexen Darstellung des Cosinus gilt:

$$\cos(-\omega_l t) e^{i\omega_{eg} t} = \frac{1}{2} (e^{-i\omega_l t} + e^{i\omega_l t}) e^{i\omega_{eg} t} = \frac{1}{2} (e^{-i(\omega_l - \omega_{eg})t} + e^{i(\omega_l + \omega_{eg})t}) \quad (2.1.14)$$

Sei $\delta_{eg} = \omega_l - \omega_{eg}$ das Detuning (die Abweichung) der monochromatischen Lichtquelle zur Übergangsfrequenz dieses Zweiniveau-Systems.

Nun wird angenommen, dass die Frequenz der Lichtquelle nahe an der des Übergangs liegt. Das bedeutet für das Detuning also $\delta_{eg} \ll \omega_l + \omega_{eg}$. Die Gleichung 2.1.14 enthält zwei Schwingungsterme. Der eine schwingt mit dem Detuning und der andere schwingt im Vergleich sehr schnell. Die Vernachlässigung des schnell schwingenden Anteils wird Rotating-Wave-Approximation(RWA) genannt [1, S.5 Z.14 ff] . Diese besagt also:

$$\cos(-\omega_l t) e^{i\omega_{eg} t} \approx \frac{1}{2} e^{-i\delta_{eg} t} \quad (2.1.15)$$

Für \hat{H}' wird nun die RWA durchgeführt.

$$\hat{H}'_I \approx \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega e^{-i\delta_{eg} t} \\ \Omega^* e^{i\delta_{eg} t} & 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} (\Omega e^{-i\delta_{eg} t} |e\rangle \langle g| + \Omega^* e^{i\delta_{eg} t} |g\rangle \langle e|) \quad (2.1.16)$$

Ab nun wird immer im WW-Bild gerechnet und somit der Index I weggelassen.

2.1.2 Rabioszillationen

Als nächstes soll die zeitliche Entwicklung des einfachen Zweiniveau-Systems betrachtet werden. Der Hamiltonian Gleichung 2.1.16 bestimmt mit der Schrödingergleichung 2.1.11 die Zeitentwicklung der Zustände.

Sei das System in einem allgemeinen Zustand $|\Psi\rangle$, so wird dieser Zustand in der Basis aus Kapitel 2.1.1 mit den Koeffizienten $c_e(t)$ und $c_g(t)$ dargestellt.

$$|\Psi\rangle = c_e(t) |e\rangle + c_g(t) |g\rangle \quad (2.1.17)$$

Nach Gleichung 2.1.11 und Gleichung 2.1.17 ergeben sich zwei gekoppelte Differentialgleichungen, welche die zeitliche Entwicklung der Koeffizienten von $|\Psi\rangle$ beschreiben.

$$\dot{c}_e(t) = -\frac{i}{2} \Omega e^{-i\delta_{eg} t} c_g(t) \quad (2.1.18)$$

$$\dot{c}_g(t) = -\frac{i}{2} \Omega^* e^{i\delta_{eg} t} c_e(t) \quad (2.1.19)$$

Weiteres differenzieren von Gleichung 2.1.18 und Gleichung 2.1.19 entkoppelt die Differentialgleichungen.

$$\ddot{c}_e(t) + i\delta_{eg}\dot{c}_e(t) + \frac{|\Omega|^2}{4}c_e(t) = 0 \quad (2.1.20)$$

$$\ddot{c}_g(t) - i\delta_{eg}\dot{c}_g(t) + \frac{|\Omega|^2}{4}c_g(t) = 0 \quad (2.1.21)$$

Mit dem Hamiltonian nach Gleichung 2.1.16 ergeben sich die selben Differentialgleichungen wie in

[1, S.6 Gl. 1.11a,1.11b]. Es ergeben sich also folgende analytische Lösungen [1, S.6 Gl.1.12a ff] für die Koeffizienten mit den Anfangsbedingungen $c_e(0) = 0$ und $c_g(0) = 1$:

$$c_e(t) = -i\frac{\Omega}{\tilde{\Omega}} \sin\left(\frac{\tilde{\Omega}}{2}t\right)e^{-i\delta_{eg}t/2} \quad (2.1.22)$$

$$c_g(t) = \left(\cos\left(\frac{\tilde{\Omega}}{2}t\right) - i\frac{\delta_{eg}}{\tilde{\Omega}} \sin\left(\frac{\tilde{\Omega}}{2}t\right) \right) e^{i\delta_{eg}t/2} \quad (2.1.23)$$

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 + \delta_{eg}^2} \quad (2.1.24)$$

Die Quadrate der Koeffizienten ergeben die Wahrscheinlichkeit das Atom bei Zeit t jeweils im Zustand $|e\rangle$ oder $|g\rangle$ zu finden. In Abbildung 2 sind die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der beiden Zustände für unterschiedliche Parameter aufgetragen. Die Normierungsbedingung $|c_e(t)|^2 + |c_g(t)|^2$ ebenfalls erfüllt.

2.1.3 Die optischen Bloch-Gleichungen des Zwei-Level-Systems

Das vorherige Modell zur Beschreibung des Zwei-Level-Systems ist in der Hinsicht unvollständig, dass es den Zerfall der angeregten Zustands $|e\rangle$ in den Grundzustand $|g\rangle$ durch spontane Emission nicht berücksichtigt. Dieser Effekt ist nur durch die Quantenelektrodynamik zu erklären. Um diesen Effekt heuristisch aufzunehmen wird vorerst die normale Zeitentwicklung des Zwei-Level-Systems im Formalismus der Dichtematrix hergeleitet. Als erstes wird die Dichtematrix eines allgemeinen Zustands nach Gleichung 2.1.17 bestimmt:

$$\hat{\rho} = |\Psi\rangle \langle\Psi| = \begin{pmatrix} c_e(t)c_e^*(t) & c_e(t)c_g^*(t) \\ c_e^*(t)c_g(t) & c_g(t)c_g^*(t) \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{pmatrix} \quad (2.1.25)$$

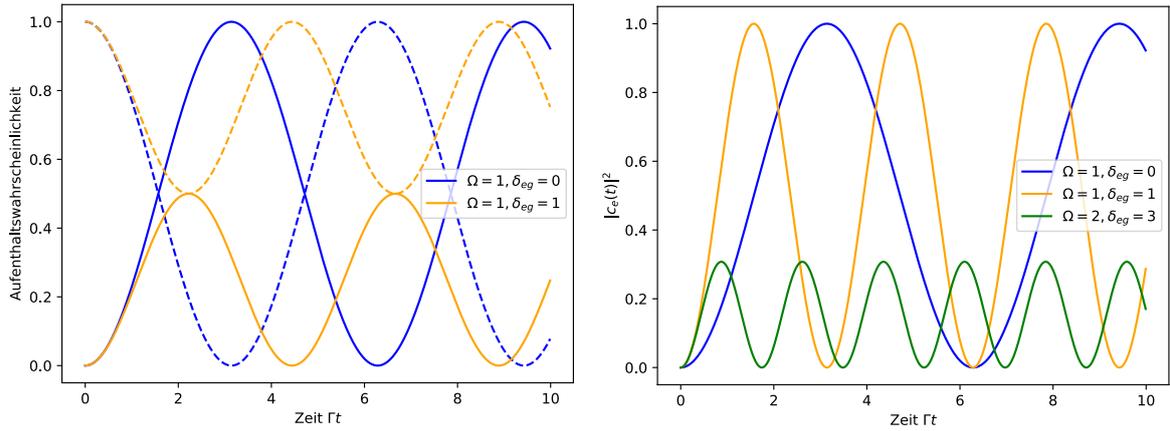


Abbildung 2: Rabioszillationen In diesen Diagrammen werden die analytischen Lösungen der Zeitentwicklung des Zwei-Level-Systems dargestellt. Es werden dabei unterschiedliche Rabifrequenzen Ω und Detunings δ_{eg} verwendet, welche auf eine Frequenz Γ normiert sind, welche auch die Zeitskala bestimmt. In der linken Abbildung ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des angeregten Zustands $|c_e(t)|^2$ als durchgezogene Linie und die des Grundzustands $|c_g(t)|^2$ als gestrichelte Linie bei jeweiligem Ω und δ_{eg} dargestellt. Die rechte Abbildung stellt $|c_e(t)|^2$ für weitere Parameter Ω und δ_{eg} dar. Ω hat direkten Einfluss auf die Frequenz der Schwingungen. δ_{eg} beeinflusst die Amplitude und Frequenz der Schwingung.

Die Diagonalelemente von $\hat{\rho}$ sind die Wahrscheinlichkeiten, hier auch Populationen genannt, das System in $|e\rangle$ oder $|g\rangle$ zu finden. Da die zeitliche Dynamik des Systems analog zum letzten Kapitel hergeleitet wird, gilt nun die Gleichung 2.1.12 mit \hat{H}'_I (2.1.16), aus der sich vier gekoppelte Differentialgleichungen ergeben.

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_{ee}}{dt} &= \frac{i}{2} (\Omega^* e^{i\delta_{eg}t} \rho_{eg} - \Omega e^{-i\delta_{eg}t} \rho_{ge}) \\
\frac{d\rho_{eg}}{dt} &= \frac{i}{2} \Omega e^{-i\delta_{eg}t} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) \\
\frac{d\rho_{ge}}{dt} &= \frac{i}{2} \Omega^* e^{i\delta_{eg}t} (\rho_{gg} - \rho_{ee}) \\
\frac{d\rho_{gg}}{dt} &= \frac{i}{2} (\Omega e^{-i\delta_{eg}t} \rho_{ge} - \Omega^* e^{i\delta_{eg}t} \rho_{eg})
\end{aligned} \tag{2.1.26}$$

Nun soll die spontane Emission durch das Hinzufügen phänomenologischer Terme in die Gleichungen 2.1.26 eingebunden werden. Als das Inverse der Lebensdauer ergibt sich die Zerfallsrate, welche gleichzeitig die Linienbreite Γ ist. Die Population des angeregten

Zustands ρ_{ee} muss also mit einer Rate von Γ in die des Grundzustandes ρ_{gg} überführt werden. Um die Gesamtpopulation zu erhalten muss die Population des Grundzustandes mit Γ zunehmen. Betrachtet man *nur* die Übergangsraten von einem Zustand zum anderen, so lassen sich folgende Raten-Gleichungen formulieren.

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\rho_{ee}\Gamma \quad (2.1.27)$$

$$\frac{d\rho_{gg}}{dt} = \rho_{ee}\Gamma \quad (2.1.28)$$

Jetzt muss noch beachtet werden, dass spontane Emission auch Auswirkungen auf die Kohärenzen (nicht diagonale Terme wie ρ_{eg}) der Dichtematrix(2.1.26) hat und diese auch zerfallen müssen. Beide Kohärenzen zerfallen jeweils mit einer Rate von $\Gamma/2$ [1, S.23 Gl. 2.20].

$$\frac{d\rho_{eg}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{eg} \quad (2.1.29)$$

$$\frac{d\rho_{ge}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{ge} \quad (2.1.30)$$

Die Gleichungen 2.1.26 beschreiben die Zeitentwicklung der Populationen ohne spontane Emission. Um den Einfluss der Populationsevolution durch spontane Emission einzubinden, werden die Ratengleichungen(2.1.27,2.1.28,2.1.29 und 2.1.30) auf die quantenmechanische Zeitentwicklung addiert. So erhält man die sogenannten optischen Blochgleichungen.

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = \frac{i}{2} (\Omega^* e^{i\delta_{eg}t} \rho_{eg} - \Omega e^{-i\delta_{eg}t} \rho_{ge}) - \rho_{ee}\Gamma \quad (2.1.31)$$

$$\frac{d\rho_{eg}}{dt} = \frac{i}{2} \Omega e^{-i\delta_{eg}t} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) - \frac{\Gamma}{2} \rho_{eg} \quad (2.1.32)$$

$$\frac{d\rho_{ge}}{dt} = \frac{i}{2} \Omega^* e^{i\delta_{eg}t} (\rho_{gg} - \rho_{ee}) - \frac{\Gamma}{2} \rho_{ge} \quad (2.1.33)$$

$$\frac{d\rho_{gg}}{dt} = \frac{i}{2} (\Omega e^{-i\delta_{eg}t} \rho_{ge} - \Omega^* e^{i\delta_{eg}t} \rho_{eg}) + \rho_{ee}\Gamma \quad (2.1.34)$$

Die optischen Blochgleichungen können also auch über den hier verwendeten Ansatz mit dem Hamiltonian \hat{H}' (2.1.16) und der Van-Neumann-Gleichung(2.1.12) äquivalent zu [1] hergeleitet werden. Die optischen Bloch Gleichungen können auch in einer Matrixform dargestellt werden.

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{2} \left[\begin{pmatrix} 0 & \Omega e^{-i\delta_{eg}t} \\ \Omega^* e^{i\delta_{eg}t} & 0 \end{pmatrix}, \hat{\rho} \right] + \Gamma \begin{pmatrix} -\rho_{ee} & -\frac{1}{2}\rho_{eg} \\ -\frac{1}{2}\rho_{ge} & \rho_{ee} \end{pmatrix} \quad (2.1.35)$$

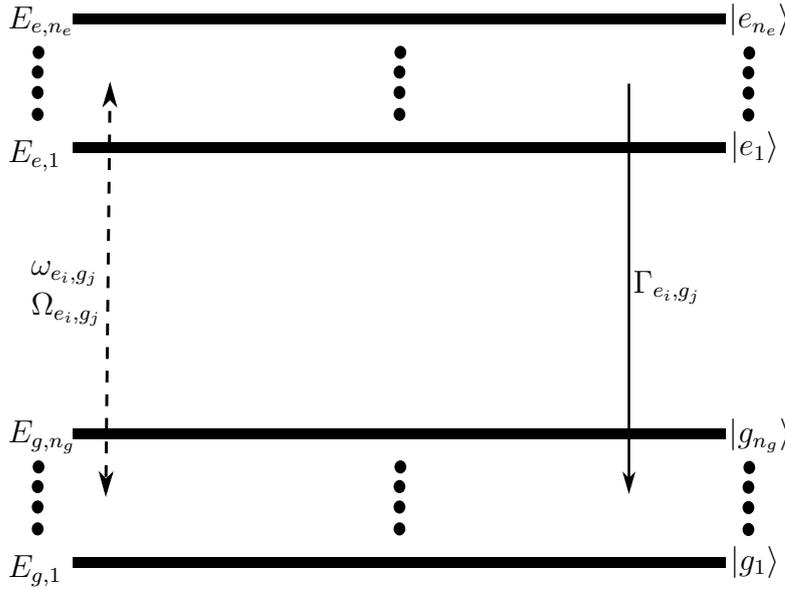


Abbildung 3: Darstellung eines Mehrniveau-Systems mit n_e angeregten Zuständen und n_g Grundzuständen. Die oberen Linien sind die angeregten Zustände $|e_1\rangle, \dots, |e_{n_e}\rangle$ und besitzen die Energieeigenwerte $E_{e,1}, \dots, E_{e,n_e}$. Das Selbe gilt für die unteren Linien als Grundzustände. Zerfälle und Übergänge innerhalb der oberen und unteren Zustände werden hier nicht betrachtet. Der von einem Laser getriebene Übergang z.B. zwischen den Zuständen $|e_i\rangle$ und $|g_j\rangle$ mit Übergangsfrequenz ω_{e_i,g_j} , Rabifrequenz Ω_{e_i,g_j} und Detuning δ_{e_i,g_j} besitzt die Linienbreite Γ_{e_i,g_j} .

2.2 Erweiterung auf Mehrniveau-Systeme

Ziel dieses Kapitels ist es nun analog zu den optischen Bloch-Gleichungen einen Formalismus zu entwickeln, mit dem sich die Zeitentwicklung eines mit Laserlicht wechselwirkenden Mehrniveau-Systems berechnen lässt und weitere Größen wie die Streurrate ermitteln lassen.

Nun soll auf ein System erweitert werden, welches aus n_e angeregten Zuständen $|e_i\rangle$ mit den Energien E_{e_i} und n_g Grundzuständen $|e_j\rangle$ mit Energieeigenwerten E_{g_j} besteht. Sei nun die Gesamtzahl an Zuständen $N = n_e + n_g$ und die Menge $\mathcal{B} = \{|e_1\rangle \dots |e_{n_e}\rangle, |g_1\rangle \dots |g_{n_g}\rangle\}$ die Basis des N dimensionalen Hilbertraums. Jeder Zustand $|n\rangle \in \mathcal{B}$ besitzt die Energie $E_n = \hbar\omega_n$.

Nach Abbildung 3 wird hier angenommen, dass nur Übergänge zwischen den oberen Zuständen zu den unteren (Grundzuständen) möglich sind. Zu jeder Paarung von oberen $|e_i\rangle$ und unteren $|g_j\rangle$ Zuständen existiert eine Linienbreite $\Gamma_{i,j}$, die die Rate beschreibt, mit der die Population von dem jeweiligen angeregten Zustand in den Grundzustand

überführt wird. Bei Bestrahlung mit einer monochromatischen Lichtquelle wird jeder mögliche Übergang nach dem Zweiniveau-System mit Resonanzfrequenz $\omega_{i,j}$, Rabi-Frequenz $\Omega_{i,j}$ und Detuning $\delta_{i,j}$ gekoppelt, da diese von dem jeweiligen Zustandspaar abhängen. Im Schrödingerbild wird der Hamiltonoperator \hat{H} wieder in einen zeitunabhängigen \hat{H}_0 und zeitabhängigen Teil \hat{H}' aufgespalten. \hat{H}_0 beschreibt analog zur Gleichung 2.1.1 das unbestrahlte System mit seinen Energieeigenwerten.

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^N \hbar \omega_i |i\rangle \langle i|, \quad |i\rangle \in \mathcal{B} \quad (2.2.1)$$

\hat{H}' beschreibt analog zu Gleichung 2.1.4 die Kopplung aller möglichen Zustandspaare. Für diesen Teil des Hamiltonians gilt dann Folgendes:

$$\hat{H}' = \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{j=n_e+1}^N \hbar \cos(-\omega_{ij}t) (\Omega_{ij} |i\rangle \langle j| + \Omega_{ij}^* |j\rangle \langle i|) \quad (2.2.2)$$

Durch die Indexierung der Summen wird direkt berücksichtigt, dass nur Kopplungen nach Abbildung 3 möglich sind. Um wieder die RWA verwenden zu können wird der Wechselwirkungsteil (2.2.2) wieder in das Wechselwirkungsbild überführt.

$$\begin{aligned} \hat{H}' &= \sum_{n=1}^N e^{i\omega_n t} |n\rangle \langle n| \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{j=n_e+1}^N \hbar \cos(-\omega_{ij}t) (\Omega_{ij} |i\rangle \langle j| + \Omega_{ij}^* |j\rangle \langle i|) \sum_{m=1}^N e^{-i\omega_m t} |m\rangle \langle m| \\ &= \sum_{n,m=1}^N \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{j=n_e+1}^N e^{i(\omega_n - \omega_m)t} \hbar \cos(-\omega_{ij}t) [\Omega_{ij} |n\rangle \langle n|i\rangle \langle j|m\rangle \langle m| + \Omega_{ij}^* |n\rangle \langle n|j\rangle \langle i|m\rangle \langle m|] \\ &= \sum_{n,m=1}^N \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{j=n_e+1}^N e^{i(\omega_n - \omega_m)t} \hbar \cos(-\omega_{ij}t) [\Omega_{ij} \delta_{ni} \delta_{jm} |n\rangle \langle m| + \Omega_{ij}^* \delta_{nj} \delta_{im} |n\rangle \langle m|] \\ &= \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{j=n_e+1}^N \hbar \cos(-\omega_{ij}t) [\Omega_{ij} e^{i\omega_{ij}t} |i\rangle \langle j| + \Omega_{ij}^* e^{-i\omega_{ij}t} |j\rangle \langle i|] \\ &\approx \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{j=n_e+1}^N \frac{\hbar}{2} [\Omega_{ij} e^{-i\delta_{ij}t} |i\rangle \langle j| + \Omega_{ij}^* e^{i\delta_{ij}t} |j\rangle \langle i|] \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Analog zu den optischen Blochgleichungen (2.1.35) wird die Zeitentwicklung in den quantenmechanischen (Kommutator) und den phänomenologischen ($\mathcal{L}_{\text{phen}}(\hat{\rho})$) Teil zerlegt.

Der phänomenologische Teil soll die Zerfälle innerhalb der Levelstruktur einbinden.

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}] + \mathcal{L}_{\text{phen}}(\hat{\rho}) \quad (2.2.4)$$

Die Tatsache, dass es sich hier um Mehrniveau-Systeme handelt verkompliziert den Sachverhalt wesentlich, da die Anzahl Matrixelemente quadratisch mit der Dimension zunimmt und alle Zerfälle innerhalb des Termschemas berücksichtigt werden müssen. Allgemein wird folgende Darstellung von $\mathcal{L}_{\text{phen}}(\hat{\rho})$ gewählt und motiviert.

$$\mathcal{L}_{\text{phen}}(\hat{\rho}) = \mathcal{D}[\hat{c}]\hat{\rho} \quad (2.2.5)$$

$$\mathcal{D}[\hat{c}]\hat{\rho} = \hat{c}\hat{\rho}\hat{c}^\dagger - \frac{1}{2}(\hat{c}^\dagger\hat{c}\hat{\rho} + \hat{\rho}\hat{c}^\dagger\hat{c}) \quad (2.2.6)$$

Die Darstellung nach Gleichung 2.2.6 soll nun für das Zweiniveau-System motiviert werden. Verwendet man für den sogenannten Kollapsoperator \hat{c}

$$\hat{c} = |g\rangle \langle e| \sqrt{\Gamma} \quad (2.2.7)$$

resultieren nach dem Einsetzen in Gleichung 2.2.5 die Zerfallsterme als hinterer Matrixterm in Gleichung 2.1.35. Die Gleichung 2.2.4 mit Gleichung 2.2.5 wird auch Lindblad-Mastergleichung genannt. Um zum n-Niveau-System zurückzukommen, so wird nach Abbildung 3 für jeden möglichen Übergang zweier Zustandspaare $|e_i\rangle$ und $|g_j\rangle$ jeweils ein Kollapsoperator $\hat{c}_{|e_i\rangle \rightarrow |g_j\rangle}$ eingeführt. Jeder Zerfall besitzt hierbei seine eigene Rate $\Gamma_{|e_i\rangle \rightarrow |g_j\rangle}$.

$$\hat{c}_{|e_i\rangle \rightarrow |g_j\rangle} = |g_j\rangle \langle e_i| \sqrt{\Gamma_{|e_i\rangle \rightarrow |g_j\rangle}} \quad (2.2.8)$$

Um die Lindblad-Master-Gleichung auf mehrere Zerfälle zu erweitern kann auf zwei verschiedene Arten über diese summiert werden. Wenn r die Anzahl an Zerfällen ist, so lassen sich zwei Master-Gleichungen formulieren. Es wird $\mathcal{L}_{\text{phen}}(\hat{\rho})$ für jeden Zerfall mit Kollapsoperator \hat{c}_i berechnet und diese werden dann aufsummiert.

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}] + \sum_{i=1}^r \mathcal{D}[\hat{c}_i]\hat{\rho} \quad (2.2.9)$$

Die andere Möglichkeit ist erst über die Zerfälle mit Operatoren \hat{c}_i zu summieren und dann $\mathcal{L}_{\text{phen}}(\hat{\rho})$ zu berechnen.

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}] + \mathcal{D}\left[\sum_{i=1}^r \hat{c}_i\right]\hat{\rho} \quad (2.2.10)$$

Ob einer der beiden Gleichungen angewendet wird hängt vom physikalischen Sachverhalt ab [3, S.292 Z.5 ff.]. Sind die emittierten Photonen der Zerfälle ununterscheidbar, so werden erst die Kollapsoperatoren dieser Zerfälle aufsummiert nach Gleichung 2.2.10. Sind die Zerfälle unterscheidbar, so wird Gleichung 2.2.9 angewendet. Um Aussagen über die Interaktion der Mehrniveau-Systeme mit Laserlicht vorrauszusagen, wird der Zusammenhang nach [3, S.365 Gl.7.443] verwendet. Dieser besagt auch schon für das Zweiniveau-System [1, S.25 Gl.2.26], dass die Streurrate eines Atoms linear proportional zu der Gesamtpopulation in den angeregten Zuständen P_e zur Zeit t ist.

$$R_{sc}(t) \propto P_e(t) \quad (2.2.11)$$

Um die Anzahl an gestreuten Photonen N_{sc} zu erhalten, die das Mehrniveau-System, wie z.B. ein Atom, im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ gestreut hat muss die Streurrate R_{sc} über dieses Intervall integriert werden.

$$N_{sc} = \int_{t_1}^{t_2} R_{sc}(t) dt \quad (2.2.12)$$

2.3 Das Kalium-Atom als Mehrniveau-System

2.3.1 Hyperfeinstruktur des Kalium-Atoms

Im Folgenden wird auf die Beschreibung der Energiezustände des Kaliums näher eingegangen um den vorangegangenen Formalismus, der Mehrniveau-Systeme beschreibt, auf das Kalium anwenden zu können. In dem Kontext dieser Bachelorarbeit wird von nun an das Isotop Kalium-39 betrachtet. Kalium besitzt nur ein Valenzelektron und da Kalium ein hinreichend leichtes Element ist kann hier die LS-Kopplung [4, S.195 ff.] angewendet werden. Der Spin \hat{S} des Elektrons wird mit dessen Bahndrehimpuls \hat{L} zu einem neuen Drehimpuls \hat{J} gekoppelt. Die Eigenschaften und die Addition von unterschiedlichen Drehimpulsen nach der Drehimpulsalgebra der Quantenmechanik werden nach [2, S.908 ff.] angewendet. Dieser Gesamtdrehimpulsoperator aus Bahndrehimpuls und Spin besitzt die Quantenzahlen j und m_j . Die Energieaufspaltung für unterschiedliche j bei gleichem l wird Feinstruktur genannt. Nun soll noch der Kernspin \hat{I} berücksichtigt werden, indem

er mit \hat{J} gekoppelt wird.

$$\hat{F} = \hat{I} + \hat{J}, \quad F \in \{|j - I|, \dots, |j + I|\}, \quad m_F \in \{-F, \dots, F\} \quad (2.3.1)$$

Dieser Gesamtdrehimpuls besitzt die Quantenzahlen F und m_F (magnetische Quantenzahl) und der Kernspin I und m_I . Die Energieaufspaltung der Zustände mit gleichem j , aber unterschiedlichem I wird Hyperfeinstruktur genannt und diese liegt bei Kalium-Atomen im MHz-Bereich. Der Zustand des Systems wird von nun an mit den Quantenzahlen I, S, L, j, F und m_f spezifiziert. Der Spin eines einzelnen Elektrons ist immer $S = \frac{1}{2}$. Der Kernspin von Kalium-39 ist auch nach [1, S.274 Tab.C.1.] gegeben mit $I = \frac{3}{2}$. Im folgenden wird die Nomenklatur für Atomzustände mit $^{2S+1}L_j$ verwendet.

Nun wird die D2-Linie des Kalium-39-Spektrums betrachtet. Bei dieser handelt es sich um Übergänge zwischen den Zuständen $^2P_{3/2}$ und $^2S_{1/2}$. Für $^2S_{1/2}$ gibt es nach Gleichung 2.3.1 die Hyperfeinzustände $F=1$ und $F=2$ und für $^2P_{3/2}$ gilt analog $F' \in \{0, 1, 2, 3\}$. Jeder der sechs Hyperfeinzustände in Abb. 4 besitzt noch Subzustände mit unterschiedlichen Quantenzahlen m_F . Die energetische Entartung dieser Zustände kann mit einem Magnetfeld durch den Zeemaneffekt aufgehoben werden.

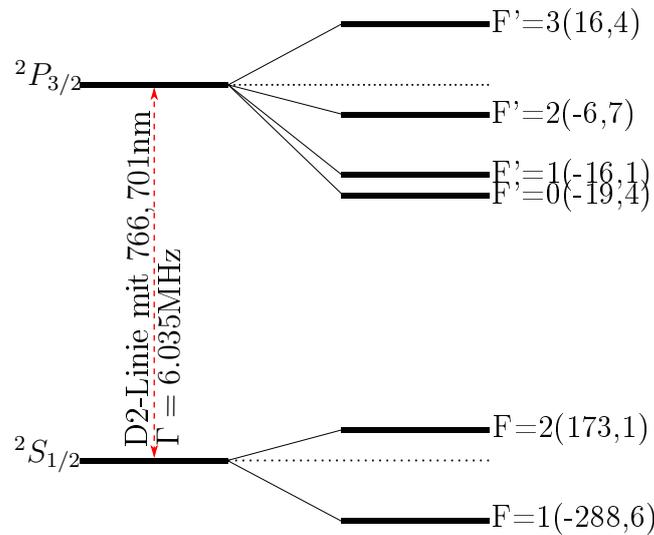


Abbildung 4: Hyperfeinstruktur von Kalium-39 für den D2-Übergang ($^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$). Aus den Regeln zur Drehimpulsaddition ergeben sich vier angeregte Hyperfeinniveaus und zwei Grundzustände. Die Hyperfeinquantenzahlen sind rechts neben den Zuständen angegeben. Des weiteren sind die Abweichungen der Frequenzen der Hyperfeinniveaus zu der Frequenz des Schwerpunkts (gestrichelte Linie) in MHz angegeben. Die Angaben der Abbildung wurden [3, S.7] entnommen.

2.3.2 Das Dipolmatrixelement

Um die Master-Gleichung 2.2.4 anzuwenden werden für die Berechnung der Rabifrequenzen die Matrixelemente nach Gleichung 2.1.5 benötigt. Die Zustände des Kaliumatoms werden von nun an in der Ket-Notation $|LjFm_F\rangle$ angegeben. I und S sind bei einem bestimmten Alkaliatom, wie Kalium, fest. Wird das Modell betrachtet, welches in Abschnitt 2.2 vorgestellt wurde, so handelt es sich für die Zustände mit $j = \frac{1}{2}$ um die Grundzustände $|g_i\rangle$ und für $j = \frac{3}{2}$ um die angeregten Niveaus. Alle Hyperfeinzustände der D2-Linie seien nun nach 2.2 die Basis \mathcal{B} . Für die Rabifrequenz eines getriebenen Übergangs von $|i\rangle = |L'j'F'm'_F\rangle$ zu $|j\rangle = |LjFm_F\rangle$ gilt nach Gleichung 2.1.5:

$$\Omega_{ij} = -\frac{eE_0}{\hbar} \langle L'j'F'm'_F | \hat{\vec{e}} \cdot \hat{\vec{r}} | LjFm_F \rangle \quad (2.3.2)$$

L und j werden der Einfachheit halber von nun an weggelassen. Der Polarisationsoperator $\hat{\vec{e}}$ hängt von der Polarisation der einfallenden Strahlung ab. $\hat{\vec{e}}$ wird nach [1, S.50] durch drei verschiedene sphärische Einheitsvektoroperatoren dargestellt, wobei diese die drei Polarisationen σ^+ , σ^- und π repräsentieren, in die die Polarisation zerlegt wird. Die drei Polarisationen können durch eine Zahl $q \in \{-1, 0, 1\}$ gekennzeichnet werden. Es wird nun \hat{e} und \hat{r} zum Dipoloperator \hat{d}_q zusammengefasst und die Polarisation des Lichtes ist durch q gekennzeichnet. Es ist also notwendig die Matrixelemente des Dipoloperators für verschiedene Drehimpulszustände in der Hyperfeinstruktur zu berechnen. Für das Dipolmatrixelement gilt im Bezug zu Hyperfeinzuständen folgende Herleitung: Die Zustände des Matrixelementes sind zu erst in F -Basis gegeben. Bei \hat{d}_q handelt es sich um einen Tensoroperator ersten Rangs [3, S.333 Z.13]. Deshalb kann das Wigner-Eckard-Theorem [3, S.333 Gl.7.241] für allgemeine Drehimpulse verwendet werden.

$$\langle F'm'_F | \hat{\vec{e}} \cdot \hat{\vec{r}} | Fm_F \rangle = \langle F' || \hat{d}_q || F \rangle \langle F'm'_F | Fm_F; 1 q \rangle \quad (2.3.3)$$

Da Dipolübergänge nur das Elektron betreffen, wird hier angenommen, dass \hat{d}_q nicht auf den Kernspin I wirkt und damit die Gleichung [3, S.334 Gl.7.252] angewendet werden kann, welche das reduzierte Matrixelement $\langle F' || \hat{d}_q || F \rangle$ in die (J, I) -Basis überführt und damit den Kernspin entkoppelt. Man erhält die folgende Gleichung, wobei es sich bei

den geschweiften Klammern um Wigner-6j-Symbole [3, S.309 Gl.7.78] handelt.

$$\langle F' || \hat{d}_q || F \rangle = \langle j' || \hat{d}_q || j \rangle (-1)^{F+j'+1+I} \sqrt{(2F+1)(2j'+1)} \left\{ \begin{matrix} j' & j & 1 \\ F & F' & I \end{matrix} \right\} \quad (2.3.4)$$

Aus den oberen beiden Gleichungen folgt also:

$$\begin{aligned} \langle F' m'_F | \hat{d}_q | F m_F \rangle &= \langle j' || \hat{d}_q || j \rangle (-1)^{F+j'+1+I} \sqrt{(2F+1)(2j'+1)} \\ &\quad \langle F' m'_F | F m_F; 1 q \rangle \left\{ \begin{matrix} j' & j & 1 \\ F & F' & I \end{matrix} \right\} \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Bei $\langle j' || \hat{d}_q || j \rangle$ handelt es sich um das reduzierte Dipolmatrixelement des D2-Übergangs. Aus Gleichung 2.3.5 folgen auch die Auswahlregeln für die Hyperfeinübergänge, die angeregt werden können:

$$\begin{aligned} \Delta F &= 0, \pm 1 \\ \Delta m_F &= 0, \pm 1 \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

2.3.3 Spontane Emission der Hyperfeinzustände

Für ein weiteres Vorgehen wird eine adequate Beschreibung der spontanen Emission für die Hyperfeinniveaus des Kaliumatoms benötigt. Die Rate $\Gamma_{F'm'_F, Fm_F}$ mit der ein angeregter Zustand $|F'm'_F\rangle$ in $|Fm_F\rangle$ zerfällt ist durch den Sachverhalt [5, Gl. 11] gegeben. Diese Rate hängt von der Linienbreite $\Gamma_{j;j'}$ und dem Quadrat des Drehimpulsanteils des Dipolmatrixelementes in (J, I) -Basis ab, da $\Gamma_{j;j'}$ für den Feinstrukturübergang gegeben ist. Beim Drehimpulsanteil handelt es sich um alle Faktoren in Gleichung 2.3.5, mit Ausnahme des reduzierten Matrixelements, da diese Information in $\Gamma_{j;j'}$ enthalten ist.

$$\begin{aligned} \Gamma_{F'm'_F; Fm_F} &= \Gamma_{j;j'} A_{F'm'_F; Fm_F}^2 \\ &= \Gamma_{j;j'} (2F+1)(2j'+1) |\langle F'm'_F | Fm_F; 1 q \rangle|^2 \left\{ \begin{matrix} j' & j & 1 \\ F & F' & I \end{matrix} \right\}^2 \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Diese Gleichung bestätigt die Auswahlregeln 2.3.6 für Hyperfeinübergänge. In der Abbildung 5 sind Beispiele für erlaubte Übergänge in das Termschema des Kaliums mit dem Quadrat des Drehimpulsanteils dargestellt. Analog zum Zweilevelsystem [1, S. 25] ist der Proportioanlitätsfaktor für Gleichung 2.2.11 die Linienbreite $\Gamma_{j;j'}$ [3, S. 365 Gl.7.443].

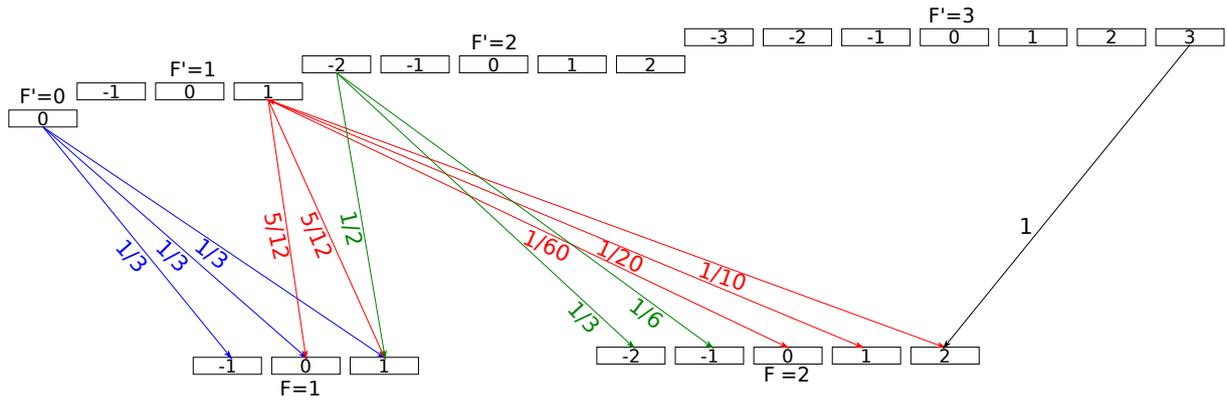


Abbildung 5: Termschema des Kaliums Hyperfeinstruktur für die Zustände $^2S_{1/2}$ und $^2P_{3/2}$ mit allen betrachteten Zuständen mit Beispielen für erlaubte Zerfälle mit $A^2_{F'm'_F;Fm_F}$ als Winkelmatrixelementquadrat in der gleichen Farbe und links von dem Übergang. Diese Werte stimmen mit den Koeffizientenverhältnissen in den Grafiken von [1, S.285] überein

2.4 Der Versuchsaufbau

Um die bisherigen theoretischen Betrachtungen mit einem Experiment zu vergleichen wurde die Absorption einer Wolke aus Kaliumatomen bestimmt. Um dies zu realisieren wurde der Versuchsaufbau nach Abbildung 6 verwendet. In diesem Aufbau wird eine magnetooptische Fallen(MOT)[1, S.156 Kap.11.4] verwendet auf deren Funktion hier nicht näher eingegangen werden soll.

Eine 2-D MOT(nur vier statt sechs Laser) erzeugt einen Atomstrahl, mit dem eine MOT geladen wird. Von der MOT werden über den Prozess der grauen Molasse [1, S.87 Kap.7] die Atome in eine sogenannte Dipolfalle (Atomwolke in Abbildung 6) überführt[1, S.150 Kap.11.2]. Die Dipolfalle wird heruntergefahren und deshalb findet der Prozess der Verdampfungskühlung in der Atomwolke statt. Danach befindet sich eine ultra-kalte Atomwolke an besagter Position in der Dipolfalle. Die Atomwolke wird dann Laserlicht nach Abbildung 6 ausgesetzt. Die Wolke wird dann mit Hilfe eines Linsensystems auf den CCD-Chip einer Kamera abgebildet. Der CCD-Chip der Kamera ist monochromatisch und nimmt also die Intensität in Form der Anzahl der detektierten Photonen pro Pixel auf. Die Quanteneffizienz des Aufbaus beträgt $\eta_{\text{gesamt}} = 0,75$. In dieser ist sowohl die Quanteneffizienz der Kamera einbezogen, als auch die einzelnen optischen Transmissionswerte für die Glaszelle und unter anderem auch das Linsensystem der Kamera. Die Atomwolke ist in Abbildung 6 hier überproportional groß dargestellt, da sich diese tatsächlich komplett im Laserfeld befindet.

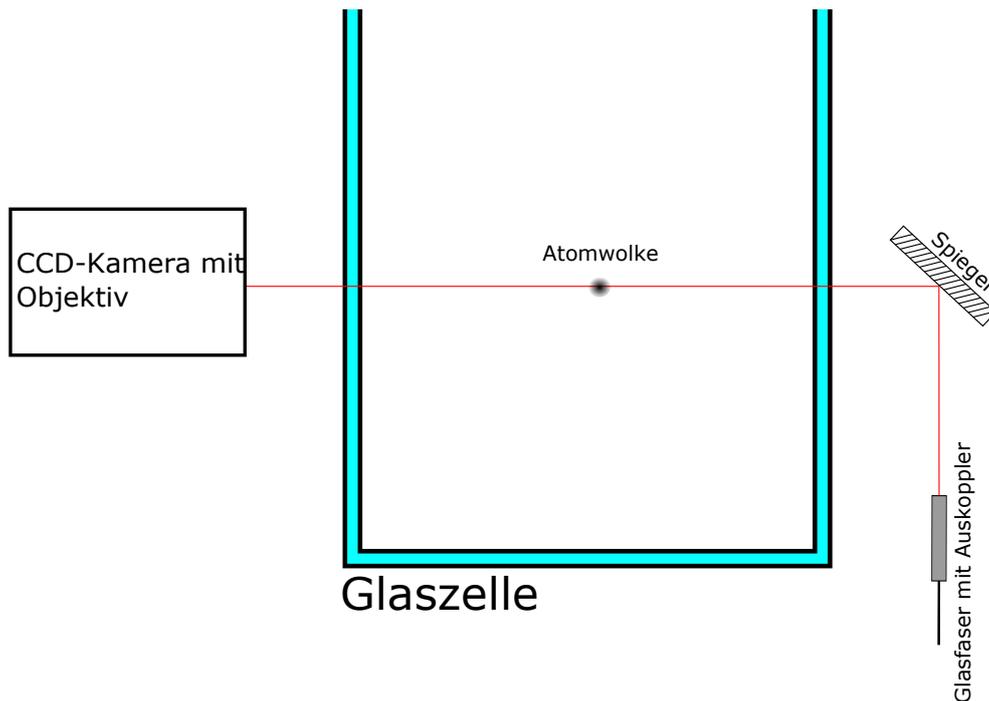


Abbildung 6: Abbildung der Atomwolke. Hier ist der vereinfachte Versuchsaufbau dargestellt mit dem die Atomwolke abgebildet wird. Mit einer 2D-MOT wird ein Atomstrahl erzeugt der eine 3D-MOT in einer Glazelle füllt. Die Atome werden aus dieser MOT über Kühlprozesse in eine Dipolfalle gebracht und diese dann heruntergefahren. Das Laserlicht, welches mit der Atomwolke wechselwirken soll, wird aus einer Glasfaser ausgekoppelt und trifft über einen Spiegel auf die Atomwolke. Das Laserlicht wird dann mit einer Kamera inklusive Objektiv abgebildet und die Daten in Form von Bildern gespeichert.

Regt man nur einen Hypereinübergang in dem Termschema nach Abbildung 4 an, so zerfällt das Elektron mit einer bestimmten Rate nicht in den selben, sondern den anderen Grundzustand. Aufgrund der Levelaufspaltung der Grundzustände kann der Laser es nicht mehr resonant anregen. Um also dauerhaft Populationen in den angeregten Niveaus von Abbildung 5 vorliegen zu haben, wird ein zweiter Laser eingestrahlt, welcher aus dem anderen Grundzustand anregt. Bei dem ersten Laser handelt es sich um den *Cooler*, welcher alle Übergänge von $F = 2$ zu $F' = 3$ treibt. Um die Bildung eines Darkstates mit $F = 1$ zu verhindern wird ein zweiter Laser, der *Repumper* resonant auf $F = 1$ zu $F' = 2$ auf die Wolke nach Abbildung 6 eingestrahlt. Die beiden Laser werden mit Hilfe von Aufbau 7 erzeugt. Ein zentrales Element dieses Aufbaus ist der akustooptische Modulator (AOM), welcher die Frequenz von Laserlicht in einem bestimmten

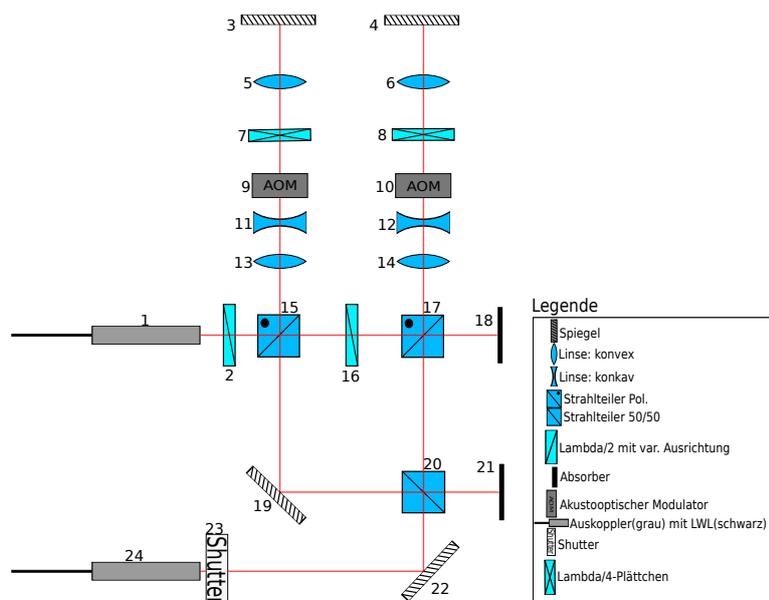


Abbildung 7: Versuchsaufbau zur Erzeugung des Coolers und des Repumpers Ein Laser wird durch 1 ausgekoppelt und trifft auf zwei $\lambda/2$ -Plättchen(2,16) und hinter diesen befindet sich jeweils ein polarisierender Strahlteiler. Über die Ausrichtung von 2 und 16 kann als der Intensitätsanteil des Lasers gewählt werden, der in die beiden Pfade gelenkt wird. Betrachtet man den linken Pfad so wirken die Linsen 13 und 11 als Teleskop. Der akustooptische Modulator wird durch 3 zwei Mal passiert, was die Frequenz dieses rücklaufigen Strahls verändert und durch das zweifache Passieren des $\lambda/4$ -Plättchens(7) kann der Lichtstrahl 15 ungehindert passieren. Der Aufbau ist hier vereinfacht, da durch Blenden die gewünschte frequenzverschobene Beugungsordnung selektieren. Der rechte Pfad funktioniert analog und beide Pfade verschieben die Frequenz ihres Lichtstrahls auf einen der beiden betrachteten Hyperfeinübergänge. Beide Strahlen werden gemeinsam in eine Glasfaser (24) eingekoppelt. Der Shutter blockiert diese wahlweise.

Wellenlängenbereich in einem Bereich von einigen MHz verschieben kann. Die beiden AOMs in Abbildung 7 sind auf unterschiedliche Frequenzen eingestellt, um zwei Strahlen zu erzeugen die jeweils den Repumper und den Cooler darstellen und die Frequenz des Laserlichts eines eingehenden Lasers (1 in Abbildung 7) auf die jeweiligen resonanten Übergänge verschieben. Bei werden in eine Glasfaser eingekoppelt (24 in Abbildung 7). Diese beiden Laser wechselwirken dann mit der Atomwolke.

3 Numerische Simulation

Nun sollen die theoretischen Grundlagen dazu verwendet werden um die Zeitwicklung von Mehrniveau-Systemen zu berechnen und Tests an bekannten Systemen durchzuführen. Zum Aufbau der Simulation wird die Programmiersprache Python verwendet. Zusätzlich werden die Module wie QuTip[6] eingebunden. Das Modul QuTip ermöglicht eine numerische Lösung der Lindblad-Master-Gleichung 2.2.4 und stellt Operatoren und Zustände im \mathbb{C}^n dar. Der Aufbau der Simulation wird ab hier nun erörtert.

3.1 Implementierung des zeitabhängigen Hamiltonoperators

Mit dem Befehl `basis(dimension, index)` wird ein Repräsentant des Zustands $|e_{index}\rangle = (0 \dots 0 1 0 \dots 0)^T$ der kanonischen Basis mit der 1 bei `index` erzeugt. Mit der Memberfunktion `.dag()` wird, angewendet auf ein Ket, ein Bra erzeugt oder komplex konjugiert. Mit dem `*`-Operator als Anwendungsoperator kann auf folgende Weise eine Darstellung eines Operators im \mathbb{C}^n erzeugt werden.

```
1 e = basis(2,0)
2 g = basis(2,1)
3 operator = e*g.dag()
```

Listing 1: Erzeugung eines Projektors

In der quantenmechanischen Notation ist dies äquivalent zu:

$$|e\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |g\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \hat{P} = |e\rangle\langle g| = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1.1)$$

Im Folgenden wird die Funktion erläutert, die den Hamilton-Operator erzeugt.

```
1 def coefficient_and_function(H,number,dimension,i,j):
2     e_i = basis(dimension,i)
3     g_j = basis(dimension,j)
4     Hij = e_i*g_j.dag()
5     ide = str(number)+"_"+str(i)+"_"+str(j)
6     def f(t, args):
7         omega_ij,delta_ij = args["Omega"+ide],args["Delta"+ide]
8         return omega_ij*0.5*np.exp(-1j*delta_ij*t)
9     def f_conj(t, args):
10        omega_ij,delta_ij = args["Omega"+ide],args["Delta"+ide]
11        return omega_ij*0.5*np.exp(1j*delta_ij*t)
```

```

12     pair1 = [Hij, f]
13     pair2 = [Hij.dag(), f_conj]
14     H.append(pair1)
15     H.append(pair2)

```

Listing 2: Zeitabhängiger Hamiltonian

Das Argument H ist der Hamilton-Operator der Dimension $dimension$ mit der Identifikation $number$, der nun um einen Eintrag erweitert wird, welcher die Zustände $|i\rangle$ und $|j\rangle$ mit Rabi-Frequenz und Detuning nach Gleichung 2.2.3 aneinander koppelt.

$$\hat{H}_{vorher} \rightarrow \hat{H}_{neu} = \hat{H}_{vorher} + \frac{\Omega_{ij}}{2} e^{-i\delta_{ij}t} |i\rangle \langle j| + \frac{\Omega_{ij}^*}{2} e^{i\delta_{ij}t} |j\rangle \langle i| \quad (3.1.2)$$

Die Definition eines zeitabhängigen Hamiltonians in QuTip ist in [6, S.56 ff] erläutert. Der Hamilton-Operator kann so durch wiederholte Anwendung der Funktion aufgebaut werden. Die Rabi-Frequenzen und Detunings befinden sich in einem Dictionary (Liste auf die zugegriffen werden kann) auf das der Solver (Die Funktion, die die Mastergleichung löst) über f und f_conj zugreift.

3.2 Implementation von Test-Systemen

Die Zeitentwicklung der Systeme wird mit *mesolve* bestimmt. Diese löst die Lindblad-Mastergleichung 2.2.4 für gegebenen Hamiltonian und Zeiten bei gegebenen Anfangsbedingungen. Übergänge werden als Kollapsoperatoren übergeben. Im Folgenden soll der Vergleich mehrerer Testbeispiele mit der Literatur, die korrekte Lösung mit Gleichung 3.1.2 und den Lindblad-Termen Gleichung 2.2.8 unter Beweis stellen.

3.2.1 Numerische Simulation von Rabi-Oszillationen

Als erstes soll das Zweiniveau-System ohne spontane Emission simuliert werden.

```

1 H=[]
2 ground_state = basis(2,1)
3 times = np.linspace(0,10,1000)
4 coefficient_and_function(H,0,2,0,1)
5
6 dictio = {"Omega0_0_1":1, "Delta0_0_1":1}
7 result = mesolve(H,ground_state,times,args=dictio)

```

Listing 3: Lösung des Zwei-Level-Systems ohne Zerfall

Der Hamiltonian wird mit der in 3.1 erläuterten Funktion erstellt und das Dictionary *dictio* enthält die Rabifrequenz und das Detuning als Vielfache einer Normierungsfrequenz Γ . Die Funktion *mesolve* löst dann das System numerisch für die Zeiten in dem Array *times* und bekommt die Anfangsbedingungen (Zustand oder Dichtematrix) gegeben. Da keine spontane Emission vorliegt werden keine Kollapsoperatoren übergeben. Im folgenden wird die Lösung auch mit den analytischen Lösungen nach Gleichungen 2.1.22, 2.1.23 und 2.1.24 verglichen, wobei für beide die selben Anfangsbedingungen gewählt wurden (komplette Population im Grundzustand).

Die analytischen Lösungen stimmen mit den numerischen des Skripts im Bereich von 10^{-5} überein, was als vernachlässigbarer Fehler im betrachteten Zeitraum angesehen wird. Der numerische Fehler der Simulation nimmt jedoch auch mit der Zeit zu, da sich die Ungenauigkeiten des Solvers mit der Zeit möglicherweise aufaddieren. Alles in allem verhält sich die Simulation hier also wie im Rahmen der analytischen Lösungen in Gleichung 2.1.22 f. .

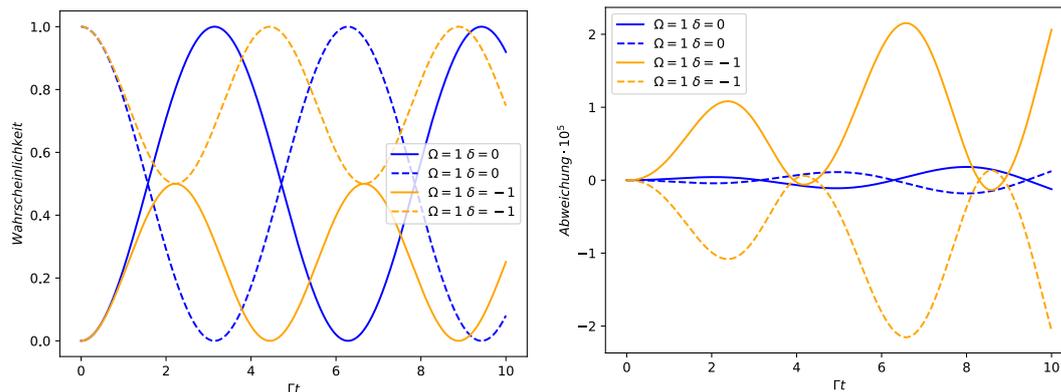


Abbildung 8: Numerische Simulation der Rabioszillationen Hier wird das Zweiniveau-System *ohne* spontane Emission mit der QuTip Funktion *mesolve* zeitlich entwickelt. Die Rabifrequenzen Ω und Detunings δ sind auf eine Frequenz Γ normiert, was auch die Zeitskala mit Γ skaliert. In der linken Abbildung sind Rabioszillationen zu sehen. Die Grundzustandspopulation ist durch gestrichelte Linien hervorgehoben und die des angeregten Zustands durch durchgezogene Graphen der selben Farbe. Die Amplitude und Frequenz der Schwingung nimmt mit steigendem Detuning ab. In der rechten Abbildung ist die Abweichung von den analytischen Lösungen des einfachen Zweiniveau-Systems dargestellt und die Normierungsbedingung ist trotz Abweichung erfüllt. Die Fehler oszillieren und nehmen aufgrund der Zeit durch aufaddieren der Integrationsfehler zu.

3.2.2 Simulation des Zweiniveau-Systems mit spontaner Emission

Nun soll die spontane Emission in das Zweiniveau-System eingebunden werden, in dem dem Solver `mesolve()` als viertes Argument der Operator \hat{c} nach Gleichung 2.2.8 übergeben wird. Im Allgemeinen besteht das vierte Argument optional aus einer Liste besagter Operatoren \hat{c}_i für die jeweils nach Gleichung 2.2.8 berechnet werden und nach Gleichung 2.2.9 werden diese Terme dann aufaddiert. Im Folgenden wird der mit \hat{c} erweiterte Code gegeben. Alles andere verbleibt wie in 3.2.1.

```
1 dictionary={"Omega0_0_1":1,"Delta0_0_1":0}
2 Gamma = 1
3 c = np.sqrt(Gamma)*basis(2,1)*basis(2,0).dag()
4 result = mesolve(H,ground_state,times,[c],args=dictionary)
```

Listing 4: Zweiniveau-System mit Zerfall

Die Zeitentwicklung dieses Systems ist in Abbildung 9 für unterschiedliche Parameter dargestellt. Multipliziert man, wie bei den Fällen 3 und 4 in Abbildung 9, den Zerfallsterm (auch Relaxationsterm) 2.2.8 mit Null, um diesen auszuhebeln, so ergibt sich wie erwartet eine Rabi-Oszillation nach Abbildung 8. Für alle Fälle mit Zerfällen strebt das System nach einer bestimmten Zeit gegen ein Gleichgewicht, bei dem sich die Populationen nicht mehr ändern. Diese Gleichgewichtspopulation ist die stationäre Lösung des Systems. Bei höherer Rabi-Frequenz strebt die stationäre Lösung beider Zustände gegen $1/2$, die Population des angeregten Zustandes befindet sich als ab einer bestimmten Rabi-Frequenz nach [1, S.25 2.25] gegeben in Sättigung. Des Weiteren erhöht sich die Anzahl der Oszillationen wie bei den Fällen 7 und 8, bevor das System gegen die Gleichgewichtspopulationen strebt. Der Graph 5 in Abbildung 9 stimmt augenscheinlich mit den numerischen Lösungen der optischen Bloch-Gleichungen in [1, S.24 Abb.2.1] überein. Wird das Detuning erhöht, so verringert sich die Kopplung beider Niveaus, was in einer kleineren Endwahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes resultiert.

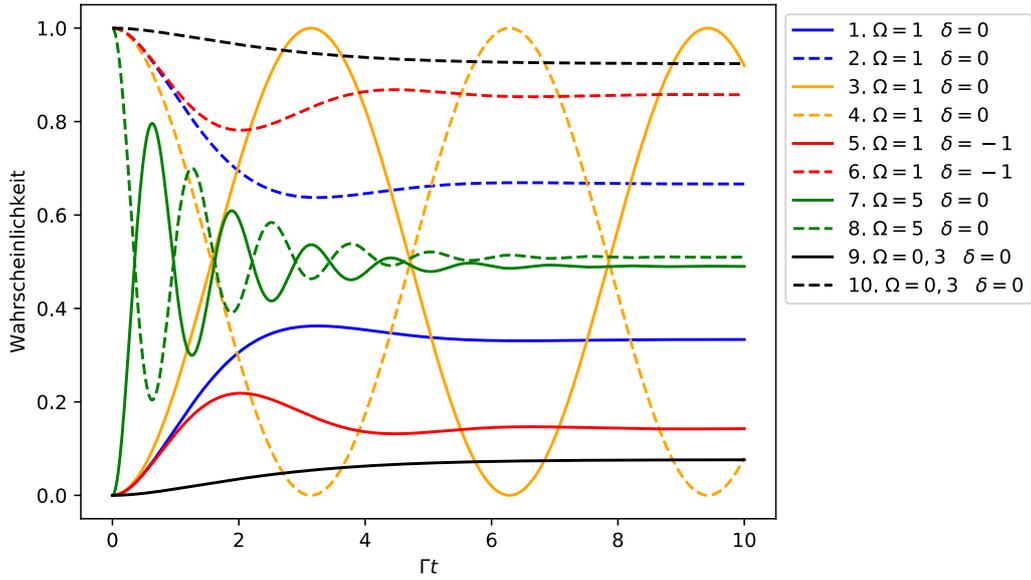


Abbildung 9: Zweiniveau-System mit spontaner Emission Hier ist die Zeitentwicklung der Populationen des Zweiniveausystems dargestellt. Der angeregte Zustand zerfällt mit Rate Γ und die Rabi-Frequenzen Ω und Detunings δ sind auf Γ normiert. Die Zeitskala ist somit auch in Einheiten von Γt . Die Grundzustandspopulation ist durch gestrichelte Linien hervorgehoben und die des angeregten Zustands durch durchgezogene Graphen der selben Farbe. Die Populationen schwingen sich für lange Zeiten auf einen statischen Wert ein, der sich nicht mehr ändert. Bei stärkeren Ω sind die Oszillationen stärker ausgeprägt und größeres δ vergrößert die Dämpfung der Schwingung. Ohne Kollapsoperator ergeben sich in 3 und 4 ungedämpfte Rabi-Oszillationen.

3.2.3 Das Dreiniveau-System

Die Vorgehensweise für den bisherigen Codes zum Lösen der Lindblad-Mastergleichung wurde für das Zweiniveau-System bestätigt und nun soll diese auf ein einfaches Mehrniveausystem angewendet werden um die Anwendbarkeit auf größere Systeme unter Beweis zu stellen.

Der Übergang zwischen den Grundzuständen kann wie bei Abbildung 3 nicht angeregt werden. Seien die beiden Zerfälle unterscheidbar, so gilt für die Dichtematrix nach Gleichung 2.2.9 die folgende Mastergleichung.

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}] + \mathcal{D}[\hat{c}_{|e\rangle \rightarrow |g_1\rangle}] \hat{\rho} + \mathcal{D}[\hat{c}_{|e\rangle \rightarrow |g_2\rangle}] \hat{\rho} \quad (3.2.1)$$

Es gilt Gleichung 2.2.8 für die Operatoren \hat{c} mit ihrer jeweiligen Übergangsrate Γ_i . Das vierte Argument von *mesolve* bekommt die beiden Kollapsoperatoren übergeben und alle Frequenzen sind auf einen der beiden Zerfälle normiert. Als Anfangsbedingung befindet sich das System in $|g_1\rangle$.

In Abbildung 11 oben ist die Zeitentwicklung bei gegebenen Parametern dargestellt und es ist sofort ersichtlich, dass die Population von $|g_1\rangle$ zerfällt und $|g_2\rangle$ ansteigt. Die Population des angeregten Zustands steigt erst, um die Populationen zwischen $|g_1\rangle$ und $|g_2\rangle$ zu transferieren. Danach strebt diese für große Zeiten gegen einen stationären Wert von Null. Da die Streurrate direkt proportional zu ρ_{ee} ist, so streut das Drei-Level-System dann keine Photonen und ist damit transparent. Die beiden Grundzustände stabilisieren sich bei $1/2$, was ähnlich zu einem stark getriebenen Zweiniveau-System ist (Abbildung 9). Wird ρ_{ee} im unteren Abbildungsteil gegenüber variablem Detuning betrachtet (Daten siehe Bildunterschrift), so ergibt sich ein typisches Lorentzprofil einer Absorptionslinie, jedoch befindet sich beim Resonanzfall ein Dip, bei dem $P_e = \rho_{ee}$ gegen Null geht. Die Probe wird im Resonanzfall also hier wieder transparent. Die Übereinstimmung mit [3, S.285 Abb.] bestätigt die Simulation erneut.

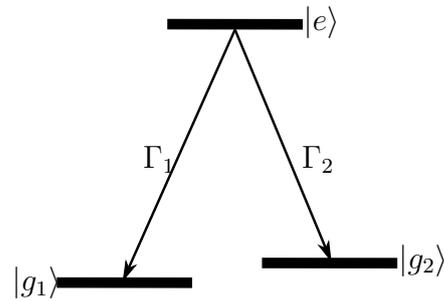


Abbildung 10: Darstellung des Λ -Systems mit drei Zuständen, wobei die Zerfallsraten vom angeregten Zustand in den jeweiligen Grundzustand auch hervorgehoben wurden. Der Index 1 oder 2 von Rabi-Frequenzen und Detunings bezeichnet analog den linken/rechten Übergang in diesem Kapitel.

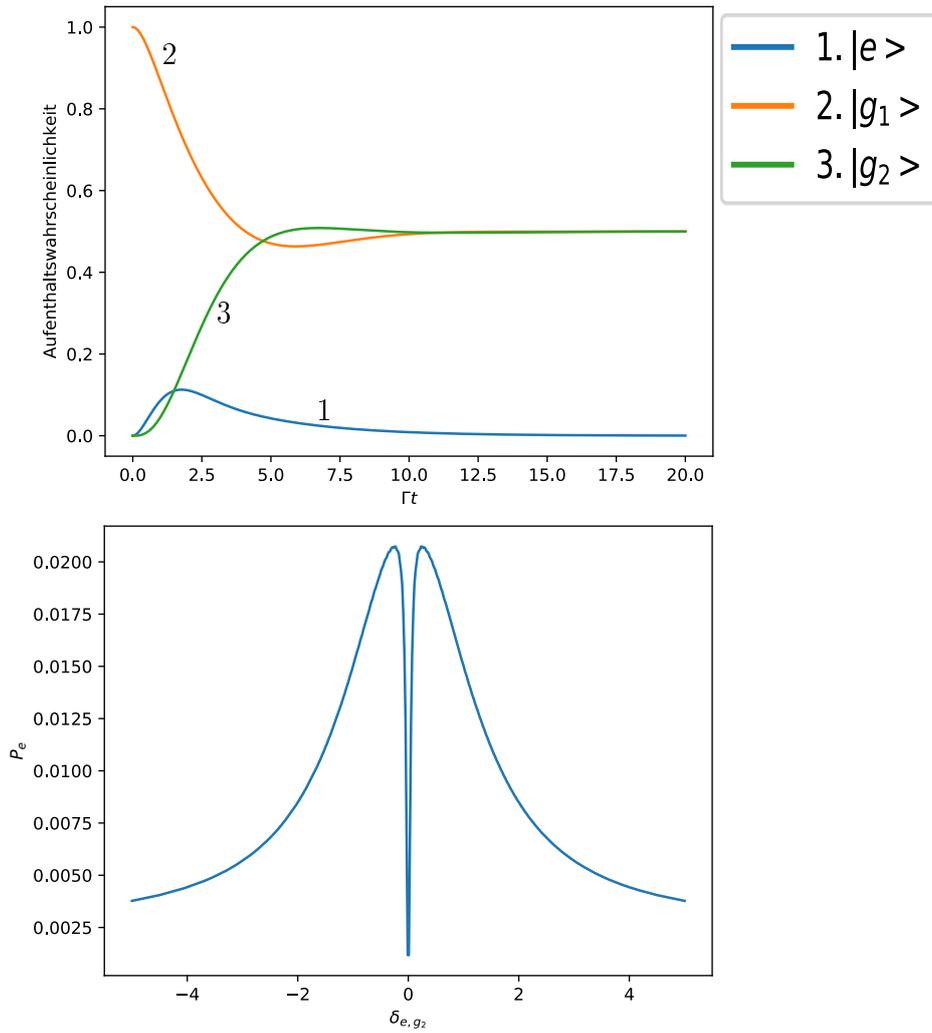


Abbildung 11: Dynamik des Dreineiveau-Systems Obere Abbildung: Zeitentwicklung des Dreineiveau-Systems für $\Omega_1 = \Omega_2 = 1\Gamma$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ und $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Die Gleichung 3.2.1 wurde numerisch für die angegebenen Parameter simuliert. Untere Abbildung: Population des angeregten Zustands P_e gegenüber δ_2 bezüglich des $|e\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ Übergangs mit folgenden Parametern: $\Omega_1 = \Omega_2 = 0,3\Gamma$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ und $\delta_2 = 0$. Für beide Plots befindet sich das System am Anfang in $|g_1\rangle$.

3.3 Simulation mit dem Termschema des Kalium-Atoms

Im Folgenden sollen die bisher durchgeführten Tests in Unterabschnitt 3.2 auf das Termschema des Kaliums mit Hilfe der erarbeiteten Grundlagen erweitert werden.

3.3.1 Grundlagen der Simulation

Nach Abbildung 5 enthält der hier betrachtete Teil des Termschemas 24 Zustände, die sich in den erwähnten Quantenzahlen in Kapitel 2.3.1 unterscheiden. Im Unterschied zu den vorherigen Systemen werden die Kaliumatome nach Kapittel 2.4 zwei Strahlungsfeldern, dem Repumper und dem Cooler, ausgesetzt. Da der Hamiltonian nach Gleichung 2.1.3 linear im elektrischen Feld in dieser Darstellung ist, so kann ein zweites Strahlungsfeld durch einen zweiten Hamiltonian der Form 2.2.3 dargestellt werden. Der Gesamt-Hamiltonoperator ist dann die Summe der beiden Hamiltonoperatoren der jeweiligen Strahlungsfelder.

$$\hat{H}_{\text{gesamt}} = \hat{H}_{\text{repumper}} + \hat{H}_{\text{cooler}} \quad (3.3.1)$$

Die beiden Operatoren in Gleichung 3.3.1 werden analog zu den vorherigen Kapiteln mit Hilfe der Vorhergehensweise in Kapitel 3.1 erstellt und dem Dictionary analog zum Kapitel 3.2.2 die Detunings und Rabifrequenzen des Lasers zum jeweiligen Übergang übergeben. Alle Intensitäten sind von nun an auf die sogenannte Sättigungsintensität I_{sat} der D2-Linie des Kaliums normiert. Für die Rabifrequenzen gilt Gleichung 2.1.5 und der Zusammenhang zwischen Feldstärke E_0 und Intensität I ist gegeben nach [3, S.186 Gl.5.185]:

$$E_0 = \sqrt{2\eta_0 I} \quad (3.3.2)$$

η_0 ist die Impedanz des Vakuums als Naturkonstante mit $\eta_0 = \mu_0 c = 367,7\Omega$. Mit Gleichung 3.3.2 folgt ein weiterer Ausdruck der Intensität auf I_{sat} normiert.

$$\Omega_{ij} = -\frac{e\sqrt{2\eta_0 n I_{\text{sat}}}}{\hbar} \langle F' m'_F | \hat{d}_q | F m_F \rangle = f \frac{\langle F' m'_F | \hat{d}_q | F m_F \rangle}{a_0} \sqrt{n} \quad (3.3.3)$$

Das reduzierte Dipolmatrixelement ist in Einheiten des Bohr'schen Radius a_0 gegeben und somit folgt für den Vorfaktor f :

$$f = -\frac{ea_0}{\hbar} \sqrt{2\eta_0 I_{\text{sat}}} \approx -9.232/2\pi \cdot 10^6 \text{MHz} \quad (3.3.4)$$

Also kann nun die Rabifrequenz für jedes Zustandspaar mit Hilfe von Gleichung 2.3.5 bestimmt werden. Das reduzierte Matrixelement $\langle j' | \hat{d}_q | j \rangle$ ist in Tabelle 3 in [7] gegeben. Die Kollapsoperatoren sind hier nach Gleichung 2.2.8 gegeben und die Zerfallsrate $\Gamma_{|e_i\rangle \rightarrow |g_j\rangle}$ ist mit $A_{F'm'_F;Fm_F}^2$ nach Gleichung 2.3.7 bestimmt. Die Linienbreite der D2-Linie $\Gamma_{j';j}$ faktorisiert also aus allen Kollapsoperatoren heraus. Im Beispiel q unterscheidbarer Zerfälle gilt:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}] + \Gamma_{j';j} \sum_{i=1}^q \mathcal{D}[\hat{c}_i] \hat{\rho} \quad (3.3.5)$$

Der Index i bezeichnet einen der q unterscheidbaren Übergänge in dem Hyperfeinschema $(F', m'_F \rightarrow F, m_F)$. Es ist zu beachten, dass die \hat{c}_i auch selbst ununterscheidbare Zerfälle zusammenfassen können. Für Kollapsoperatoren folgt nun also:

$$\hat{c}_{F'm'_F;Fm_F} = \sqrt{A_{F'm'_F;Fm_F}^2} |Fm_F\rangle \langle F'm'_F| \quad (3.3.6)$$

Mit dem Faktorisieren können alle Frequenzen in der Mastergleichung wie bei den vorangegangenen Tests auf $\Gamma_{j';j}$ normiert werden.

3.3.2 Aufbau und Durchführung der Simulation

Um in \mathbb{C}^n arbeiten zu können, benötigt jeder der 24 Zustände $|jFm_F\rangle$ in Abbildung 5 eine Entsprechung in diesem. Hier wird die Reihenfolge von oben links nach unten rechts in Abbildung 5 gewählt. So gelten folgende Entsprechungen:

$$\begin{aligned} |3/2, 0, 0\rangle &\hat{=} (1_0, 0 \dots 0)^T \\ |3/2, 1, -1\rangle &\hat{=} (0, 1_1, 0 \dots 0)^T \\ &\vdots \\ |3/2, 3, 3\rangle &\hat{=} (0 \dots 0, 1_{15}, 0 \dots 0)^T \\ |1/2, 1, -1\rangle &\hat{=} (0 \dots 0, 1_{16}, 0 \dots 0)^T \\ &\vdots \\ |1/2, 2, 2\rangle &\hat{=} (0 \dots 0, 1_{23})^T \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

Der Index an der 1 der Vektoren gibt deren Position an, wobei bei 0 angefangen wurde zu zählen.

Es wird eine Zustandsklasse verwendet, welche die Quantenzahlen j, F, m_F und die Ener-

gie in MHz nach Abbildung 4 enthält. Es werden Listen der angeregten Zustände und der Grundzustände angelegt. Für einen der beiden Hamiltonoperatoren wird jeder angeregte Zustand mit jedem Grundzustand kombiniert und für diese Kombination sowohl die Rabifrequenz nach Gleichungen 3.3.3 ff. als auch das Detuning, abhängig von der Intensität n , Polarisation q und Frequenz ω_l des jeweiligen Hamiltonians in Gleichung 3.3.1 berechnet und in ein Dictionary gespeichert. In der Darstellung nach Gleichungen 3.3.7 werden die Hamilton-Operatoren beider Strahlungsfelder jeweils analog zu Gleichung 3.1.2 erstellt. Die Kollapsoperatoren werden in jener Darstellung ebenfalls für alle relevanten Zerfälle nach Gleichung 3.3.6 erstellt und der Winkelanteil $A_{F'm'_F;Fm_F}$ des Matrixelementes analog zu der Rabifrequenz für die gegebene Drehimpulsquantenzahlen berechnet. Der Solver bekommt nun noch den Anfangszustand des Systems und einen Simulationszeitraum gegeben.

3.3.3 Simulationen für verschiedene Parameter

Als nächstes sollen Simulationen für verschiedene Parameter untersucht werden. Die Atome befinden sich alle im Anfangszustand $|1/2, 1, -1\rangle$. Im Folgenden wird die Zeitentwicklung einer Simulation für σ^+ -polarisiertes Licht für beide Laser durchgeführt und alle Emissionen werden hier als unterscheidbar angenommen, weshalb Gleichung 2.2.9 verwendet wird. Die Zustände sind nach j getrennt mit ihrer Population geplottet und die Legende ordnet jeden Graphen in Bra-Ket-Notation seinen jeweiligen Quantenzahlen zu.

In Abbildung 13 ist zu erkennen, dass die Population des Anfangszustands zerfällt, da aus diesem angeregt wird. In Abbildung 12 ist ersichtlich, dass die Anfangszustandspopulationen am Anfang in die drei erlaubten angeregten Zustände ($|3/2, 0, 0\rangle, |3/2, 1, 0\rangle, |3/2, 2, 0\rangle$) für die gegebene Lichtpolarisation angeregt werden. Diese zerfallen wieder, wodurch sich die Populationen in Abbildung 13 ändern, da besagte drei Zustände in jeden zerfallen können, außer in $|1/2, 2, -2\rangle$ aufgrund der Auswahlregeln 2.3.6. Aus dem $F = 2$ Niveau wird dann nach Abbildung 12 auch in das $F' = 3$ Niveau angeregt. Gegen Simulationende befinden sich die Populationen nach beiden Abbildungen in hauptsächlich zwei Zuständen mit $|1/2, 2, 2\rangle$ und $|3/2, 3, 3\rangle$, was wiederum den Erwartungen entspricht, da es bei σ^+ -Polarisation zum Effekt des optischen Pumpens kommt. Die Grundzustände mit m_F werden zu $m_F + 1$ angeregt und von dort sind die Zerfallsraten nach Abbildung 5 zu Grundzuständen mit höherem m_F größer. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons wird dadurch also in die Richtung höchster m_F (rechts in beiden Abbildungen) gepumpt. Des weiteren entwickelt die Simulation das System in dem Rahmen, dass keine

Population eines beliebigen Zustandes negativ wird und die Normierungsbedingung in Abbildung 13 erfüllt ist. Des weiteren schwingen die Populationen im Prozent-Bereich.

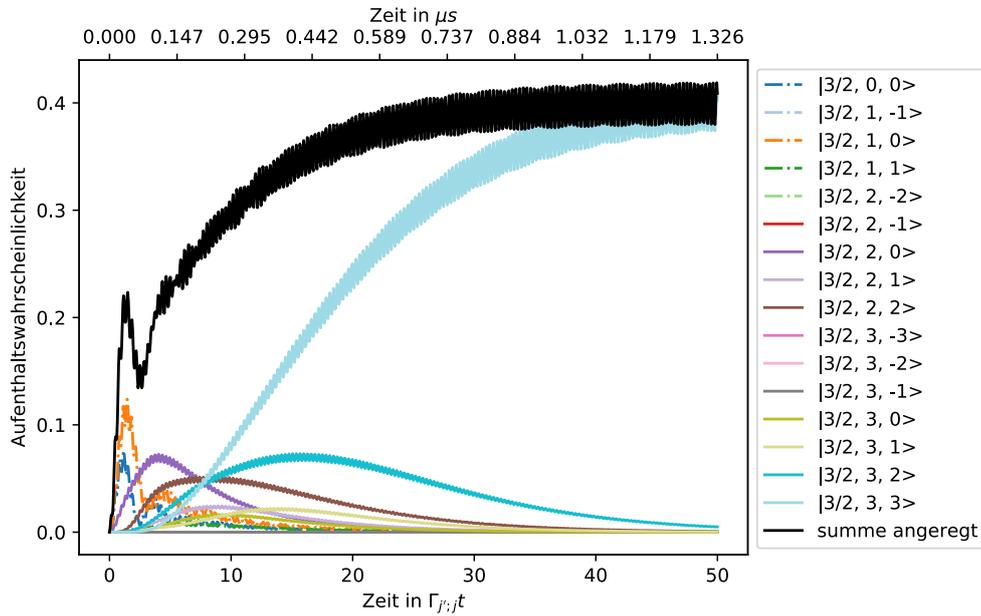


Abbildung 12: Zeitentwicklung der angeregten Zustände des Kaliums für σ^+ -Polarisation Für die numerische Simulation des Kaliumsystems mit der Mastergleichung 2.2.9 sind die Populationen für die Zustände hier gegenüber der Zeit aufgetragen. Das System wurde mit Parametern $I_{\text{rep}} = I_{\text{cool}} = I_{\text{sat}}$ nach Kapitel 2.4 mit σ^+ Pol. in beiden Fällen betrachtet. Alle Zerfälle sind *unterscheidbar*.

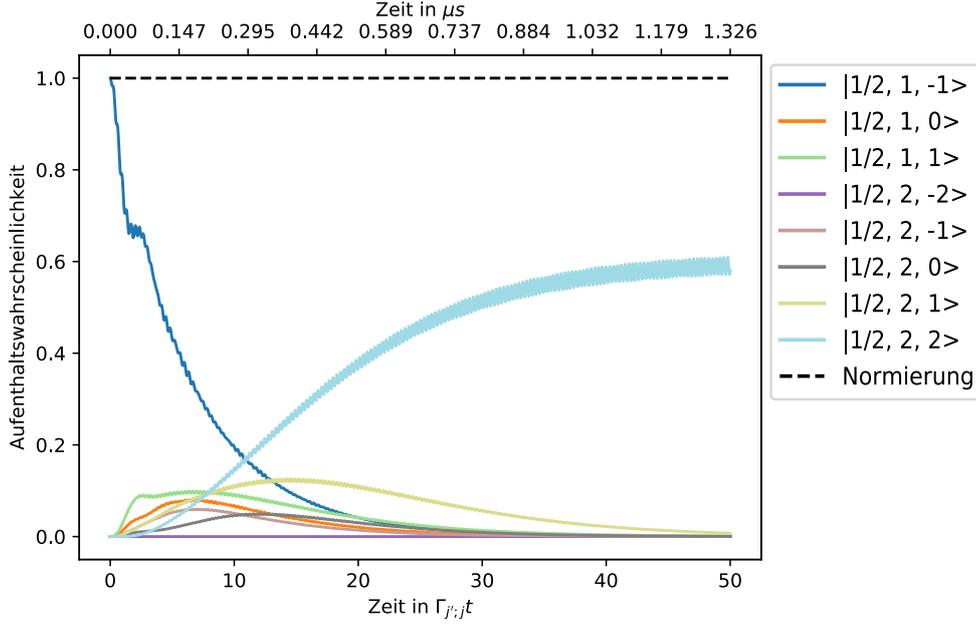


Abbildung 13: Zeitentwicklung der Grundzustände des Kaliums für σ^+ -Polarisation Für die numerische Simulation des Kaliumsystems mit der Mastergleichung 2.2.9 sind die Populationen für die Zustände hier gegenüber der Zeit aufgetragen. Das System wurde mit Parametern $I_{\text{rep}} = I_{\text{cool}} = I_{\text{sat}}$ nach Kapitel 2.4 mit σ^+ Pol. in beiden Fällen betrachtet. Alle Zerfälle sind *unterscheidbar*.

Als Nächstes sollen die Zerfälle nur durch die Polarisation und Übergangsfrequenz unterscheidbar sein. Das bedeutet, dass Übergänge zwischen Paaren von F und F' in Abbildung 4 unterschiedliche Frequenzen haben. Das heißt die Unterschiede zwischen den Übergangsfrequenzen von allen Übergängen sind in Größenordnungen der Linienbreite $\Gamma_{j';j}$. Alle Übergänge innerhalb eines Paares von bestimmten F und F' werden dann noch anhand ihrer Polarisation unterschieden. Nach den Gleichungen 2.2.9 f. gilt bei den Quantenzahlen F und F' für n_q Zerfälle bei Polarisation q folgende Lindblad-Master-Gleichung.

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}] + \sum_{F, F'} \sum_{q \in \{-1, 0, 1\}} \mathcal{D}[\sum_{i=1}^{n_q} \hat{c}_i] \hat{\rho} \quad (3.3.8)$$

Die anderen Parameter sind im Vergleich zur vorherigen Simulation gleich geblieben, um den direkten Vergleich zu ermöglichen.

Der Populationsverlauf lässt sich hier in den Abbildungen 14 und 15 analog zum vorherigen Fall erklären. Des Weiteren ist das optische Pumpen wieder zu beobachten. Ein wichtiger Unterschied ist, dass sich nun Schwebungen auf den Populationsentwicklungen

gen von $|3/2, 3, 3\rangle$ und $|1/2, 2, 2\rangle$ befinden. Des Weiteren kommt es bei den anderen Populationen ebenfalls zu mehr Oszillationen als im vorherigen Fall.

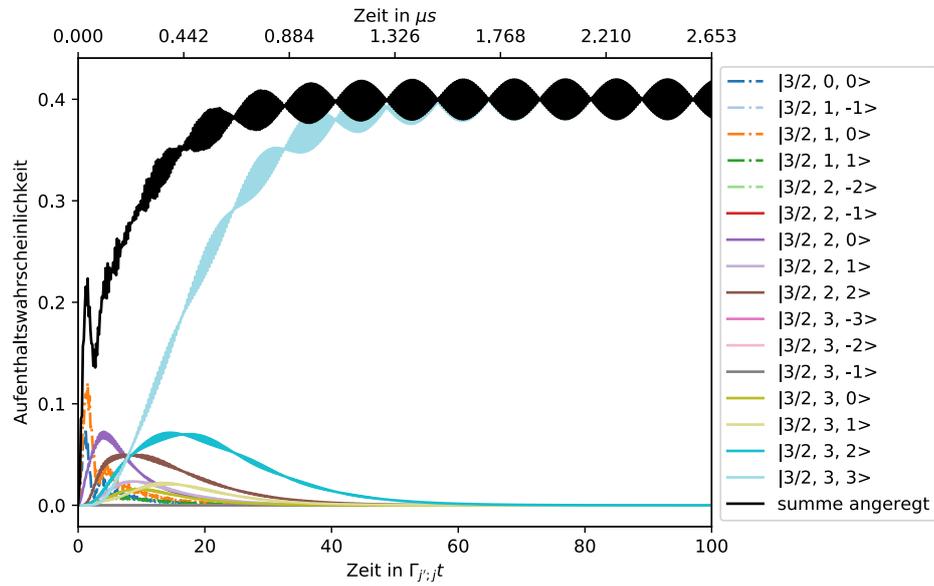


Abbildung 14: Populationen für die angeregten Zustände des Kaliums bei $I_{rep} = I_{cool} = I_{sat}$ mit σ^+ Polarisation in beiden Fällen. Alle Zerfälle zwischen den selben F-Zuständen und der selben Polarisation *ununterscheidbar*.

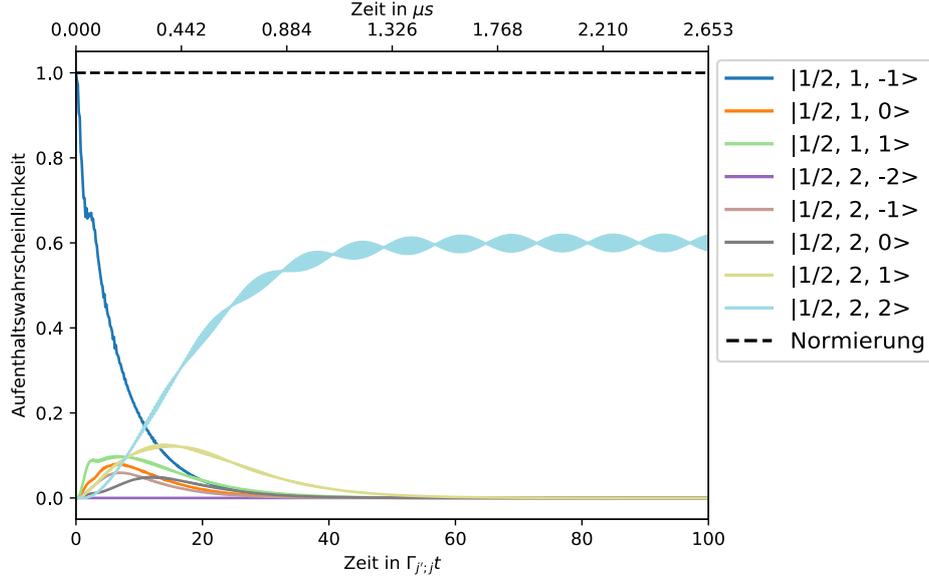


Abbildung 15: Populationen für die Grundzustände des Kaliums bei $I_{rep} = I_{cool} = I_{sat}$ mit σ^+ Pol. in beiden Fällen. Alle Zerfälle zwischen den selben F-Zuständen und der selben Polarisation *ununterscheidbar*.

Im Folgenden soll eine Simulation für linear polarisiertes Licht durchgeführt werden. Die Anfangsbedingungen sind gleich zu denen bei dem σ^+ -polarisiertem Licht. Als erstes werden alle Zerfälle wieder als ununterscheidbar für gleichen F-Übergang und gleiche Polarisation behandelt. Betrachtet man Abbildung 16 so wird deutlich, dass den Erwartungen entsprechend aus dem $|1/2, 1, -1\rangle$ Zustand bei π -polarisiertem Licht aufgrund der Auswahlregeln 2.3.6 nur die Zustände $|3/2, 1, -1\rangle$ und $|3/2, 2, -1\rangle$ angeregt werden können. Diese zerfallen wieder in die Grundzustände. Hier kann auch analog zum vorherigen Fall wieder das optische Pumpen beobachtet werden. Die Populationen verlagern sich mit der Zeit in die Zustände $|1/2, 2, 0\rangle$ und $|3/2, 3, 0\rangle$, was anhand der beiden Graphen in den Abbildungen 16 und 17 klar zu erkennen ist. Da $|3/2, 3, 0\rangle$ in seine benachbarten Zustände zerfallen kann, sind diese ebenfalls nach Stabilisierung des Systems besetzt. Dieses Testsystem verhält sich also auch den Erwartungen entsprechend.

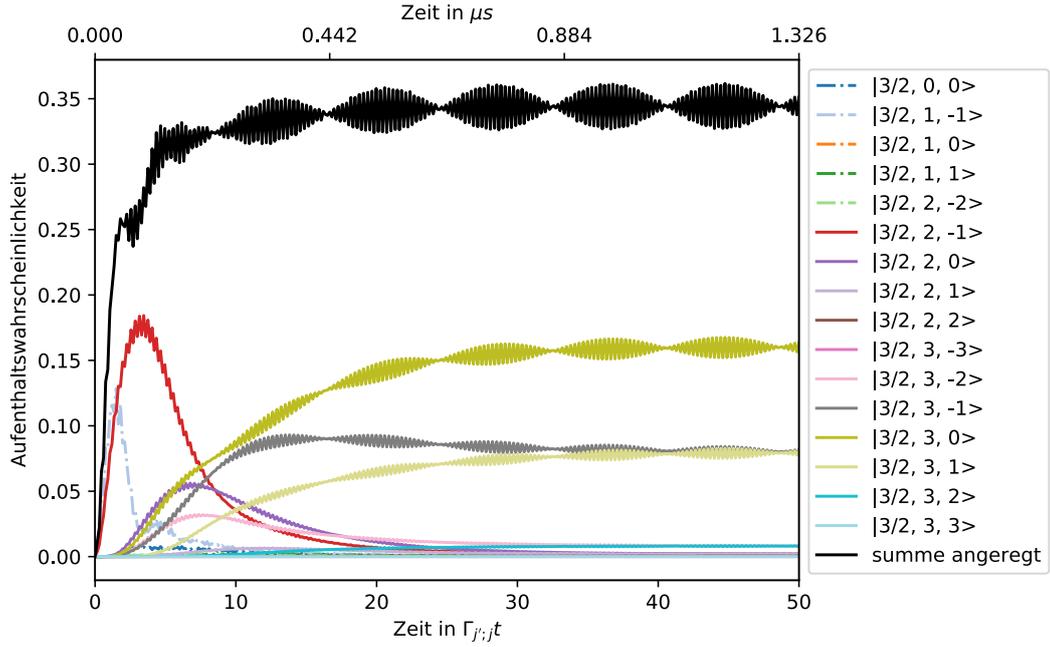


Abbildung 16: Populationen für die angeregten Zustände des Kaliums bei $I_{rep} = I_{cool} = I_{sat}$ mit π -Pol. in beiden Fällen. Alle Zerfälle zwischen den selben F-Zuständen und der selben Polarisation *ununterscheidbar*.

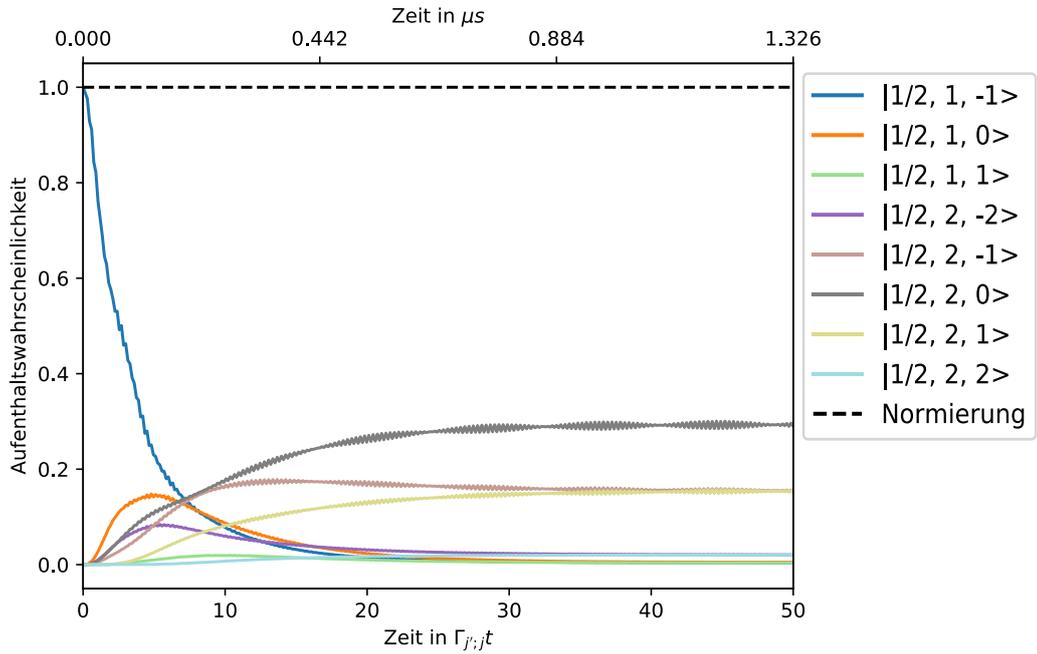


Abbildung 17: Populationen für die Grundzustände des Kaliums bei $I_{rep} = I_{cool} = I_{sat}$ mit π -Pol. in beiden Fällen. Alle Zerfälle zwischen den selben F-Zuständen und der selben Polarisation *ununterscheidbar*.

3.4 Berechnung der Streurrate für verschiedene Intensitäten

Im Folgenden wird die Zeitentwicklung des Kaliumsystems für verschiedene Intensitäten mit Hilfe der erarbeiteten numerischen Simulation berechnet. Die Parameter der Simulation werden auf die des Experiments in Kapitel 4 abgestimmt, was also bedeutet, dass der Cooler fest bei $I_{\text{cool}} = 1.86I_{\text{sat}}$ strahlt und beide Laser π -Polarisation besitzen. Für jede Zeitentwicklung analog zu Abbildung 16 und Abbildung 17 wird die Aufenthaltswahrscheinlichkeit aller angeregten Zustände aufsummiert (*summe angeregt* in z.B. Abbildung 16) und mit $P_e(t)$ bezeichnet. Um vergleichbare Vorhersagen im Bezug auf das Experiment zu erhalten wird $P_e(t)$ über einen Zeitraum von 120π der gegebenen Zeitskala aufintegriert, was der Belichtungs-, sowie Wechselwirkungszeit des Experiments ($10\mu\text{s}$) entspricht. Nach Gleichung 2.2.11 entspricht dieser Wert der Anzahl an gestreuter Photonen N_{sc} innerhalb dieses Zeitraums mit dem Proportionalitätsfaktor $\Gamma_{j;j'}$ nach Kapitel 2.3.3. Beachtet man die Zeitskala der Simulationen, so muss $P_e(t)$ nur über diese aufintegriert werden um N_{sc} zu erhalten. Es werden nun Simulationen für variable Intensität des Repumpers durchgeführt und N_{sc} bestimmt. Die Streuwerte werden dann gegenüber der Intensität des Repumpers aufgetragen um die Absorption des Systems zu beobachten. Die Intensität des Repumpers befindet sich dabei im Bereich von $0I_{\text{sat}}$ bis $2I_{\text{sat}}$. Der daraus folgende Graph befindet sich in Abbildung 18. Ohne Repumper ist die Streuung oder Absorption des Kaliumsystems im Bereich von ≈ 9 Streueignissen innerhalb der Belichtungszeit. Die Absorption nimmt dann von $0I_{\text{sat}}$ bis $0.4I_{\text{sat}}$ stark zu. Danach mündet der Verlauf in einem Plateau bei ungefähr 150 Streueignissen. Physikalisch bedeutet der Verlauf, dass ohne Repumper die Population aufgrund des großen Detunings des Coolers von näherungsweise 460MHz zum Großteil in den Grundzuständen $F = 1$ verbleibt. Durch steigende Intensität des Repumpers können die Populationen aus den Zuständen mit $F = 1$ in $F = 2$ angeregt werden. Die Übergänge zwischen $F = 2$ und $F' = 3$ können durch den Cooler nun auch Populationen anregen, welche nur in $F = 2$ zerfallen. Dabei ist zu beachten dass die beiden Laser aufgrund des Detunings im Bereich der Linienbreite $\Gamma_{j';j}$ auch die anderen Übergänge zu anderen erlaubten angeregten Zuständen treiben können. Dies resultiert nach dem vorherigen Kapitel in stabilen Populationen in den angeregten Zuständen in $F' = 3$. Es ergeben sich also auch größere Streuraten. Auf den starken Anstieg zu Beginn soll beim Vergleich dieses Graphen mit dem experimentellen Gegenstück eingegangen werden.

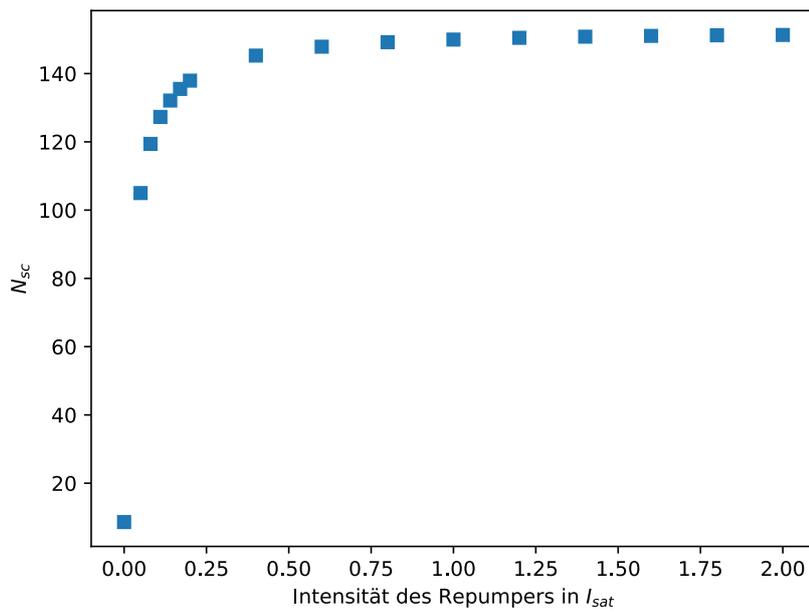


Abbildung 18: Streuungen gegenüber Intensität des Repumpers Das Kaliumsystem wird für eine Belichtungszeit von $10\mu s$ entwickelt und dann die angeregte Gesamtpopulation in dieser Zeit aufintegriert. Dies ist die Anzahl der Streuungen des Systems N_{sc} in dieser Zeit. N_{sc} wird für eine feste Intensität des Coolers mit $1.86I_{sat}$ und unterschiedliche Werte für den Repumper berechnet und beide Werte gegeneinander aufgetragen.

4 Auswertung der experimentellen Daten

Im Folgenden sollen die Bilder ausgewertet werden, welche mit Hilfe der Versuchsaufbauten 6 und 7 erstellt wurden. Aus diesen Bildern soll der Intensitätsverlust extrahiert werden, der aus der Anregung der Kaliumatome resultiert. Diese Absorption kann in direktem Zusammenhang zur vorausgesagten Streurate gestellt werden. Die Berechnungen in der Auswertung wurden wieder mit Hilfe von Python erstellt.

4.1 Charakteristische Kurve des AOMs

Die AOMs werden in diesem Versuchsaufbau auch dazu eingesetzt die Intensität des jeweiligen Lasers (siehe Abbildung 7) zu regeln. Eine erhöhte Spannung an der Treiberschaltung des AOMs erhöht auch die Intensität des jeweiligen Strahls, der die einzelnen Pfade in Abbildung 7 verlässt. Als nächstes wird der Spannungsgang eines AOMs (Abbildung 7 (9)) gefittet um die angesteuerte Spannung des AOMs direkt in die Intensität des Repumpers zu übersetzen. Die ansteuernde Amplitude des AOMs wird im Bereich von 0.5V bis 2V durchgefahren und der Cooler dabei deaktiviert. Die Intensität wurde mit Hilfe eines Leistungsmessgeräts direkt hinter dem Auskoppler in Abbildung 6 gemessen und gegen die Spannung in Abbildung 19 aufgetragen. Für den Intensitätsverlauf wird nun ein Fit durchgeführt, um zukünftig Spannungen am besagten AOM direkt in Intensitäten umrechnen zu können.

Für den Fit wurde folgende Funktion verwendet:

$$f(x; a, b, c) = a (\tanh(b(x - c)) + 1) \quad (4.1.1)$$

Mit den Fitparametern a, b, c und der folgenden Fehlerfunktion nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

$$\Delta f^2 = \left(\frac{\Delta a}{a} f \right)^2 + \left(\frac{a(x - c)\Delta b}{\cosh^2(b(x - c))} \right)^2 + \left(\frac{ab\Delta c}{\cosh^2(b(x - c))} \right)^2 \quad (4.1.2)$$

Das Δ bezeichnet die Fehler.

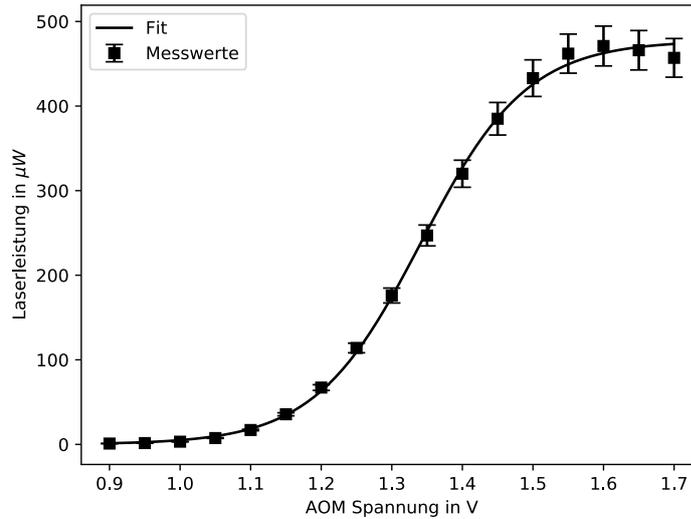


Abbildung 19: Charakteristische Kurve des AOM-Treibers Die Kontrollspannung zur Intensitätsvariation des Repumpers in Abbildung 7 wurde variiert und die Intensität gemessen, die den Versuchsaufbau in Abbildung 6 direkt hinter dem Auskoppler verlässt. Es wurde ein Fit der Form $a(\tanh(b(x - c)) + 1)$ durchgeführt, um Spannungen auf Intensitäten für andere Zwecke extrapolieren zu können.

4.2 Auswertung der Absorption

Die Intensität des Repumpers wurde über die Spannung am AOM-Treiber durchgeführt und die des Coolers festgehalten. Die Messung wurde fünf mal wiederholt, um unter anderem statistische Fluktuationen zu berücksichtigen. Die aufgenommenen Bilder werden im *kinetics mode* angefertigt, d.h. jedes Bild besteht aus zwei Bildern, von denen eines im *ms*-Bereich nach dem anderen angefertigt wird. Das zweite Bild stellt also immer ein Referenzbild dar, welches keine Atomwolke enthält. Ein entsprechendes Rohbild ist in Abbildung 20 dargestellt. Pro Spannung des Scans wird zusätzlich zum Rohbild ein sogenanntes *Offpic* angefertigt, bei dem die Blende der CCD-Kamera geschlossen ist um den mittleren Offset des Pixelwertes der Kamera zu bestimmen. Dieser Mittelwert wird von allen Pixelwerten der Rohbilder in Abbildung 20 abgezogen und somit korrigiert. Als Letztes wird das Rohbild in seine linke und rechte Hälfte zerlegt und der linke Rand abgeschnitten um den Intensitätsverlust durch die Atomwolke zu betrachten, indem die Pixelwerte der Bilder voneinander abgezogen werden. Auf dem nachbearbeiteten Bild als Abbildung 21 ist ein dunklerer Bereich (siehe Farbbalken) bei ungefähr 600 Pixeln (hier in der Waagerechten) zu erkennen. Dieser Bereich innerhalb der roten Linien in der

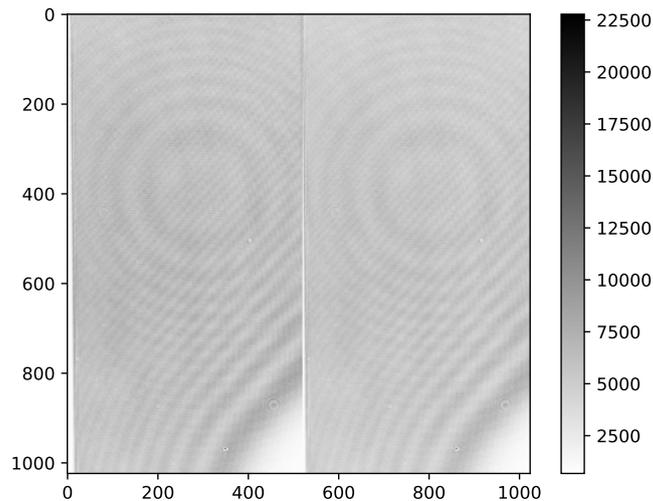


Abbildung 20: Darstellung eines unbearbeiteten Rohbildes mit den zwei Teilbildern. Das linke enthält die Atomwolke und das rechte ist das kurz danach angefertigte Referenzbild. Der Farbbalken rechts gibt die Werte der Pixel beider Aufnahmen an.

Mitte des Bildes wird als der Intensitätsverlust durch die Atomwolke interpretiert. Diese Nachbearbeitung wurde für alle durchgeführten Spannungen des Repumpers durchgeführt und in Abbildung 22 dargestellt. Um die Atomwolke wird ein rechteckiger Bereich ausgewählt, welcher diese ganz umfasst (hier in rot markiert) und dann werden die Pixelwerte alle aufsummiert. Dies ergibt die Gesamtintensität, welche durch die Atomwolke verloren gegangen ist. Die AOM Spannung wird mit Hilfe des Fits und dessen Parametern mit Fehlern in Kapitel 4.1 in die Intensität des Repumpers übersetzt. Die Pixelsumme jedes Bildes wird gespeichert und der Vorgang für alle fünf Messungen wiederholt und die Summen über die Messungen für jede einzelne AOM-Spannung gemittelt und die Standardabweichung als Fehler bestimmt. Die Pixelsumme in Abbildung 23 entspricht der Anzahl gestreuter Photonen, da die Pixelwerte, die die Kamera speichert direkt den Photonencounts entspricht. In Abbildung 23 ist nun zu erkennen, dass die Absorption oder der Intensitätsverlust erst stark ansteigt und dann gegen einen stationären Wert konvergiert. Da die Absorption direkt proportional zur Populationssumme der angeregten Zustände ist, ist eine Sättigung besagter Population zu erkennen, ab der der Repumper keine Auswirkung mehr auf die angeregten Populationen hat.

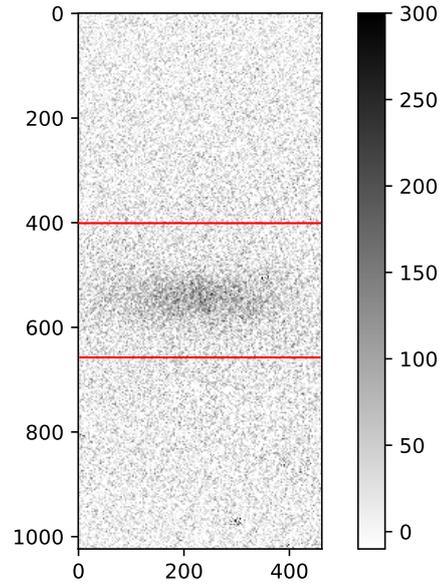


Abbildung 21: Nachbearbeitetes Einzelbild der Atomwolke Die Spannung des AOMs des Repumpers nach Abbildung 19 beträgt hier 1.35V und die Intensität des Coolers beträgt $1.86I_{sat}$. Dieses Bild entstand aus Rohbildern wie in Abbildung 20 durch den in Kapitel 4.2 geschilderten Vorgang der Nachbearbeitung. Die Skalenweite der Dargestellten Pixelwerte des rechten Farbbalkens wurde beschränkt, um die Atomwolke hervorzuheben. Der Bereich der Atomwolke ist rot eingerahmt.

5 Vergleich der experimentellen und theoretischen Ergebnisse

Im Folgenden soll die theoretisch vorhergesagte Absorption für die Parameter in Abbildung 18 mit den experimentellen Werten in Abbildung 23 verglichen werden. Nun werden beide Abbildungen übereinandergelegt, um die Verläufe der Graphen zu vergleichen. Die beiden Achsen der Graphen besitzen den selben Nullpunkt. Die eine Achse entspricht der Anzahl gestreuter Photonen der gesamten Atomwolke. Die andere Achse bezeichnet die theoretisch vorhergesagte Anzahl gestreuter Photonen innerhalb der Belichtungszeit pro Atom. Deshalb hängen beide Achsen direkt über einen Skalenfaktor zusammen, nämlich der Atomzahl und der Quanteneffizienz der Kamera $N_{\text{Atom}}\eta_{\text{gesamt}}$.

Dies entspräche dem gleichen Steigungsverlauf beider Datenpunktverläufe in Abbildung 24. Die Werte aus dem Experiment und dem Modell befinden sich ab einer Inten-

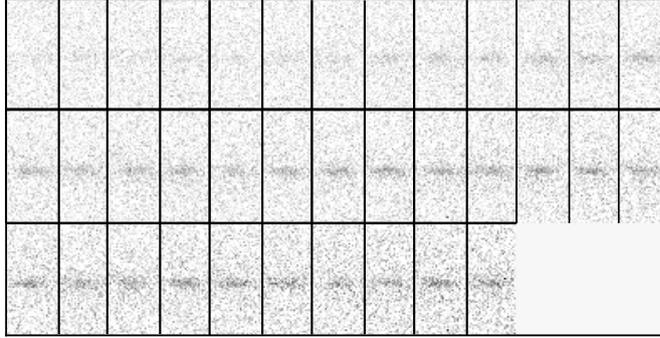


Abbildung 22: Nachbearbeitete Bilder für alle Repumper-Intensitäten. Die Aufnahmen für alle AOM-Spannungen wurden entsprechend Abbildung 21 nachbearbeitet und in einer großen Abbildung zusammengefasst. Die Spannung nimmt von links nach rechts und von oben nach unten zu. Dies geschieht in äquidistanten Schritten von 0.9V bis 1.75V. Die Intensität des Coolers ist $I_{\text{cool}} = 1.86I_{\text{sat}}$ und die Pixelwerte werden auf die Werte von -100 bis auf 300 begrenzt.

sität von $0.75I_{\text{sat}}$ in einem konstanten Bereich, jedoch unterscheidet sich ihre Steigung vorher stark. Die theoretischen Werte steigen für Intensitäten im Bereich von $0I_{\text{sat}}$ bis $0.25I_{\text{sat}}$ wesentlich stärker an als die experimentellen Werte. Entweder resultiert die Abweichung aus Fehlern in den numerischen Berechnungen oder aus anderen Effekten, die den Verlauf schwächer ansteigen lassen.

Nun soll mit den theoretischen und experimentellen Daten die durchschnittliche Atomzahl abgeschätzt werden. Für den Plateaubereich ab $0.75I_{\text{sat}}$ wird der konstante Wert der experimentellen und theoretischen Datenpunkte des Plateaus bestimmt, gegen den diese streben. Für die Werte innerhalb des Plateaus ergab sich für die Pixelsumme S_p

$$S_p \approx 2,261 \cdot 10^6. \quad (5.0.1)$$

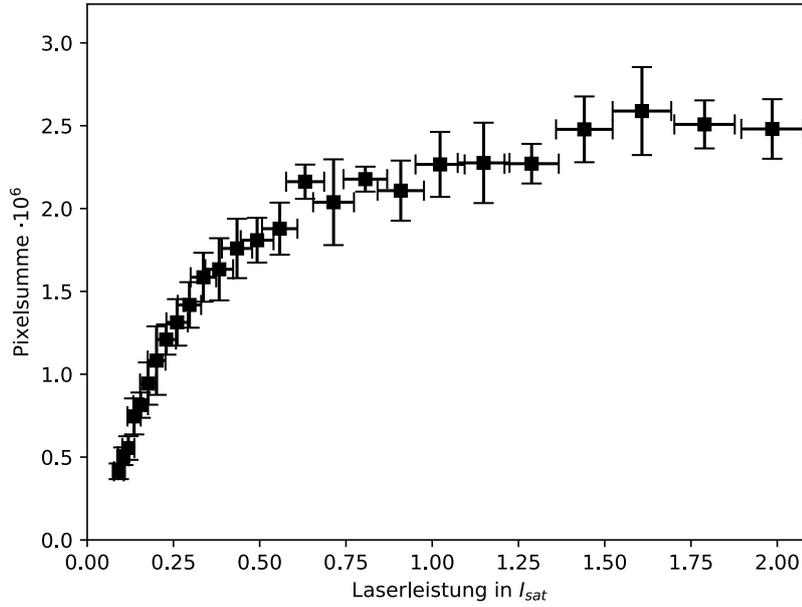


Abbildung 23: Absorption der Kaliumwolke Die Pixelsumme der experimentell bestimmten Werte entspricht hierbei der Anzahl von der Atomwolke gestreuter Photonen in diesem Graphen wurden die Pixelsummen über den Bereich der Atomwolke(21) der Bilder in Abbildung 22 gegenüber der Intensität des Repumpers aufgetragen. Die Spannungen des AOMs wurden auf die Intensitäten extrapoliert. Die Intensität des Cooler ist fix und beträgt $1.86I_{sat}$.

Unter Berücksichtigung der Quanteneffizienz η_{gesamt} aus Kapitel 2.4, gilt für die reale Anzahl gestreuter Photonen S_r :

$$S_r = S_p \eta_{gesamt} \quad (5.0.2)$$

Für die theoretische Anzahl an Streuereignissen ergab sich im selben Bereich:

$$N_{sc} \approx 150 \quad (5.0.3)$$

Für die Atomzahl gilt letztendlich:

$$N_{Atom} = \frac{S_r}{N_{sc}} \approx 11000 \quad (5.0.4)$$

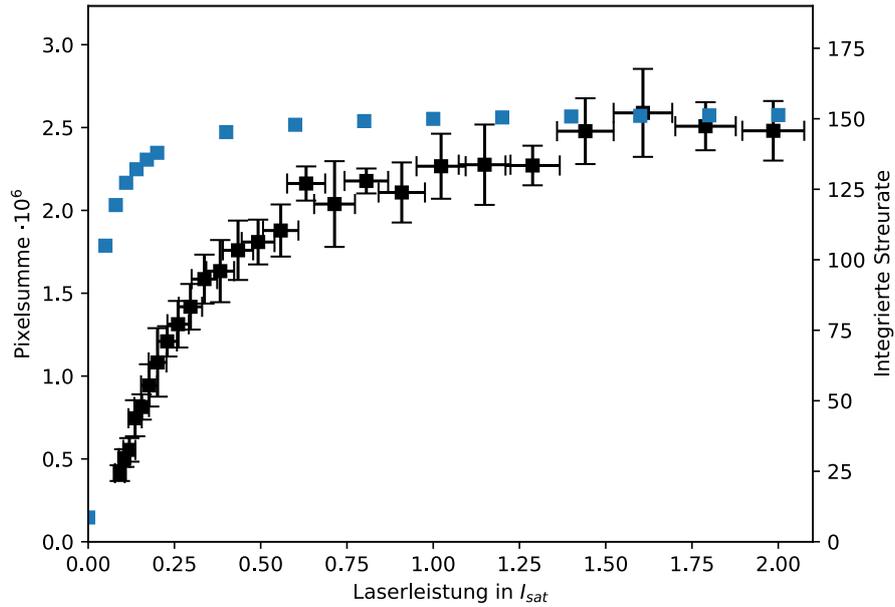


Abbildung 24: Vergleich von numerischer Simulation und Experiment In dieser Abbildung sind experimentelle Werte der Anzahl der gestreuten Photonen einer Kaliumatomwolke in Counts nach Abbildung 23 und theoretische Streuzahlen nach numerischen Simulationen des Kaliumsystems für die Belichtungszeit des Experiments in Abbildung 18 kombiniert. Die schwarzen Punkte mit Fehlerbalken repräsentieren die Werte der Absorption, welche mit dem Aufbau nach Kapitel 2.4 gemessen wurden. Diese beziehen sich auf die linke Achse. Die blauen Punkte sind die theoretischen Absorptionsvorhersagen innerhalb der Belichtungszeit des Versuchsaufbaus und beziehen sich auf die rechte Achse.

6 Zusammenfassung und Fazit

In dieser Arbeit ging es darum die Wechselwirkung von Atomen mit Laserlicht zu verstehen. Dabei wurde angenommen, dass die Atome sich als quantenmechanische Mehrniveau-Systeme beschreiben lassen. Primär war das Ziel die Zeitentwicklung des D2-Übergangs zu verstehen.

Um dies zu erreichen wurde zuerst die Zeitentwicklung eines einfachen Zweiniveau-Systems betrachtet. In diesen Formalismus wurde dann die spontane Emission eingebunden. Mit dieser Vorarbeit wurde dann die Beschreibung für Mehrniveau-Systeme motiviert. Es wurde ein Programm geschrieben, welches die Zeitentwicklung von Mehrniveau-Systemen numerisch berechnet. Dieses Programm wurde auf einfache Testsysteme angewendet. Für das Zwei- und Dreiniveau-System ließen sich erfolgreich die analytischen Ergebnisse (siehe Kapitel 2) und aus bekannter Literatur reproduzieren.

Danach wurde die numerische Simulation auf das Kaliumsystem angewendet. Hierbei wurden unterschiedliche Parameter, wie z.B. Intensität und Polarisation betrachtet. Anhand der erhaltenen Zeitentwicklungen konnten die Auswahlregeln verifiziert werden. Des weiteren wurde der Effekt des optischen Pumpens für die beiden behandelten Polarisationen beobachtet.

Schließlich wurden die Zeitentwicklungen des Kaliumsystems für variable Intensitäten berechnet und aus diesen die integrierte Streuraten bestimmt. Diese wurden gegenüber der Intensität aufgetragen und letztendlich mit der experimentell bestimmten Absorption verglichen. Sowohl die experimentellen, als auch die theoretischen Ergebnisse streben für große Intensitäten gegen einen konstanten Wert. Während die experimentellen Werte ab $0,75I_{\text{Sat}}$ dieses Plateau erreichen, steigen die theoretischen Werte schneller an und sättigen schon ab $0,25I_{\text{Sat}}$. Die Werte des Plateaus wurden mit Fits bestimmt und es wurde eine Anzahl an Atomen in der Wolke abgeschätzt.

Literatur

- [1] Harold J. Metcalf und Peter van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, 1999.
- [2] Matthias Bartelmann et al. *Theoretische Physik*. Springer, 2015.
- [3] Daniel Adam Steck. Quantum and atom optics. available online at <http://steck.us/teaching> (revision 0.12.4, 10 January 2019), June 2007.
- [4] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3*, volume 5. Springer, 2016.
- [5] L P Maguire et al. Theoretical calculation of saturated absorption spectra for multi-level atoms. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 39 2709, 2006.
- [6] J. R. Johansson und P.D. Nation und F.Nori. A python framework for the dynamics of open quantum systems. *Comp. Phys. Comm.* 184, 1234, 2013.
- [7] W.R. Johnson et al. Second-order energies and third-order matrix elements of alkali-metal atoms. *PHYSICAL REVIEW A*, April 1987.

Danksagung

Im Folgenden bedanke ich mich bei allen, die mich bei dem Verfassen dieser Bachelorarbeit unterstützt haben. Mein Dank gilt im besonderen Prof. Dr. Markus Oberthaler dafür, dass er mich in diese Arbeitsgruppe aufgenommen hat und stets mit viel Interesse und Begeisterung den Verlauf meiner Bachelorarbeit begleitet hat.

Des weiteren danke ich Prof. Dr. Fred Jendrzejewski dafür, dass dieser sich als Zweitprüfer zur Verfügung gestellt hat.

Im Folgenden gilt mein Dank meiner Arbeitsgruppe, die mir sofort bei Unklarheiten geholfen hat und mich beim Verfassen dieser Arbeit maßgeblich unterstützt hat. Dazu möchte ich mich bei Dr. Helmut Strobel für die tatkräftige Unterstützung und konstruktive Rückmeldung bedanken. Mein Dank gilt des weiteren Celia Viermann, welche mich sowohl beim Verfassen und korrigieren der Bachelorarbeit unterstützt hat, als auch im Labor bei der Durchführung der Messungen eine große Hilfe war. Ich möchte auch Maurus Hans dafür danken, dass er mir ebenfalls wertvolle Rückmeldungen gab und stets bei Unklarheiten geholfen hat.

Abschließend möchte ich mich bei Dr. Martin Gärttner dafür bedanken, dass er mir eine große Hilfe im Bezug auf die numerischen Simulationen war.

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne unerlaubte fremde Hilfe verfasst habe und dass alle wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen entnommenen Stellen dieser Arbeit unter Quellenangabe einzeln kenntlich gemacht sind.